

# Einführung in die Finanzwissenschaft

## Wohlfahrtsökonomische Referenzwelt

**Dr. Torben Klarl**  
Universität Augsburg

Sommersemester 2013

# Inhalt

- 1 Wohlfahrtsökonomik
  - Fragestellung
  - Mikroökonomische Voraussetzungen
  - 2-Personen-2-Güter Analyse
- 2 Wirtschaftliche Effizienz
  - Edgeworth Box Analyse
  - Pareto-Effizienz
  - Effizienzbedingungen
- 3 Verteilungsfragen
  - Effizienz versus Gerechtigkeit
  - Soziale Wohlfahrt
  - Marktversagen (market failure) — Überblick
- 4 Aufgaben

## Kernaussage:

Staatliche Aktivität ist nur notwendig, wenn keine Markteffizienz vorliegt.

## Fragen:

- Was ist Markteffizienz?
- Wann sind Märkte effizient und unter welchen Bedingungen liegt Marktversagen vor?
- Ist Markteffizienz immer wünschenswert?

## Wohlfahrtsökonomik

Wohlfahrtsökonomik untersucht verschiedene Allokationen hinsichtlich ihres gesellschaftlichen Nutzens.

- Evaluierung verschiedener ökonomischer Allokationen und Handlungsalternativen
- Normative Analyse
- Vergleich und Abwägen der Wohlfahrtsgewinne und -verluste der Individuen

## Eine einfache $2 \times 2 \times 2$ Volkswirtschaft

Zwei Haushalte ( $A$  und  $B$ ), zwei Güter (1 und 2), zwei Produktionsfaktoren ( $K$  und  $L$ )

- *Präferenzen*: Nutzen der Haushalte hängt vom Konsum ab

$$\begin{aligned}U^A &= U(x_1^A, x_2^A) \\ U^B &= U(x_1^B, x_2^B)\end{aligned}\quad (1)$$

- *Produktion*: Beide Güter werden mit  $K$  (Kapital) und  $L$  (Arbeit) produziert

$$\begin{aligned}x_1 &= f_1(L_1, K_1) \\ x_2 &= f_2(L_2, K_2)\end{aligned}\quad (2)$$

- *Allgemeines Gleichgewicht*:  $A$  und  $B$  konsumieren alle Güter, die von den Firmen mit Hilfe von  $K$  und  $L$  produziert werden

⇒ **Güter- und Faktormärkte werden geräumt,  
Angebot=Nachfrage**

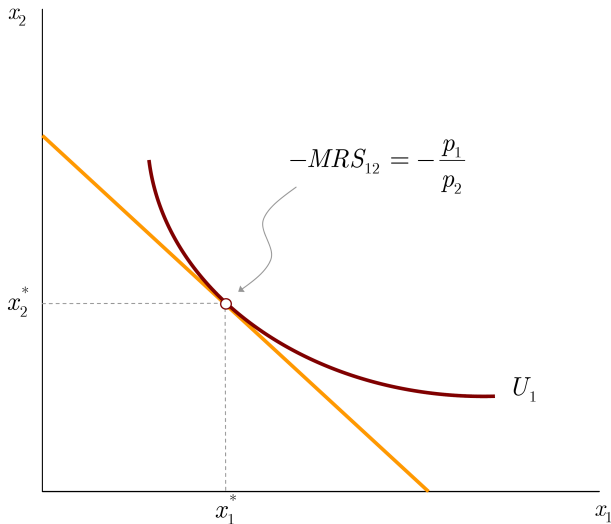
## Haushalte

- Repräsentativer Haushalt maximiert seinen Nutzen unter der Beachtung seiner Budgetbeschränkung
- Nutzen:  $U = U(x_1, x_2)$
- Budgetbeschränkung:  $I = p_1x_1 + p_2x_2$
- Optimum:

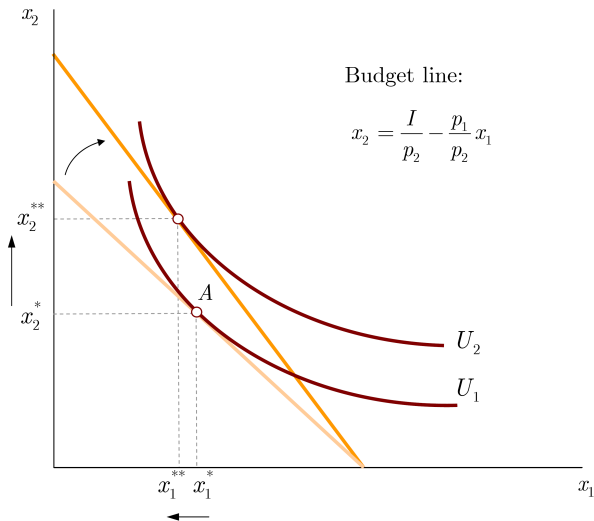
$$\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} \equiv GRS_{12} = \frac{p_1}{p_2} \quad (3)$$

GRS (MRS) ... Grenzrate der Substitution (Marginal rate of substitution)

## Abb.1: Haushaltsoptimum



## Abb.2: Preisrückgang beim Gut 2





## Produktion

In der Ökonomie werden die Güter 1 und 2 mit den Produktionsfaktoren  $L$  und  $K$  gemäß der folgenden Technologie hergestellt

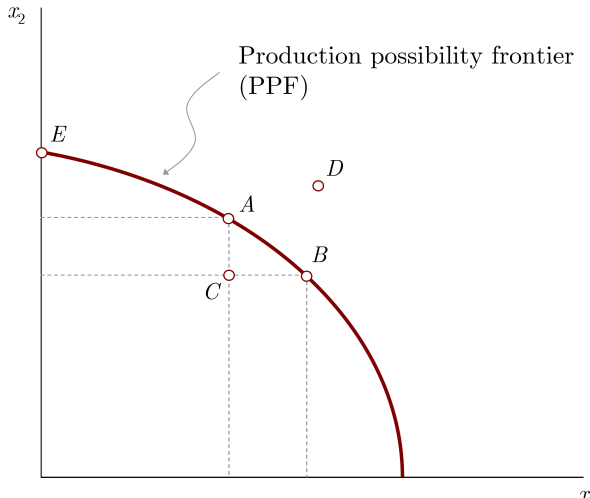
$$x_1 = f_1(L_1, K_1) \quad (4)$$

$$x_2 = f_2(L_2, K_2) \quad (5)$$

mit  $f_K > 0, f_{KK} < 0, f_L > 0, f_{LL} < 0$

Mit Hilfe der Produktionsfunktionen  $f_1(\cdot)$  and  $f_2(\cdot)$  können wir die möglichen Produktionsmengen in der Ökonomie beschreiben

## Abb.3: Produktionsmöglichkeitenkurve (Production possibilities frontier)

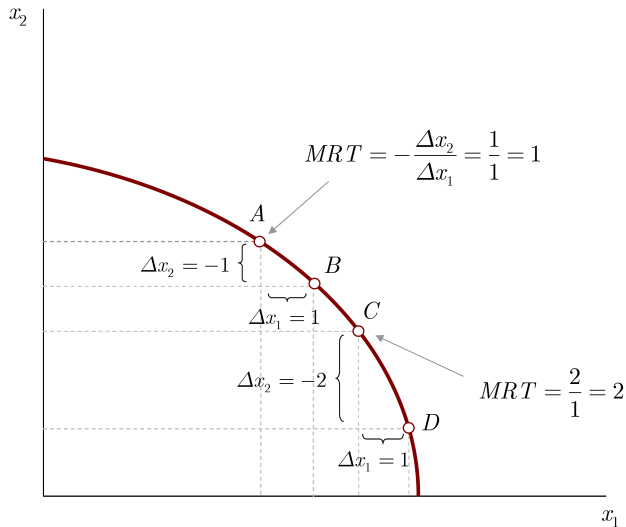


## Produktionsmöglichkeitenkurve — Production possibility frontier (PPF)

Die PPF zeigt alle Kombinationen von (zwei) Gütern, die mit Hilfe einer gegebenen Ausstattung von Produktionsfaktoren (z.B. mit Arbeit und Kapital) und gegebener Produktionstechnologie produziert werden kann.

- Jeder Punkt auf der PPF ist ein effizientes Güterbündel
  - Die PPF hat eine negative Steigung (Warum?)
  - Steigung der PPF:  
**Grenzrate der Transformation — Marginal rate of transformation (MRT)**

## Abb.4: Grenzrate der Transformation



## Grenzrate der Transformation (Marginal rate of transformation)

Die MRT gibt an, wieviel von Gut 2 weniger produziert werden kann, um eine zusätzliche Einheit von Gut 1 zu produzieren:

$$MRT_{12} \equiv -\frac{dx_2}{dx_1} \approx -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \quad (6)$$

### Eigenschaften der MRT

- Die MRT steigt (absolut) mit zunehmender Produktion von Gut 1
- Die MRT kann auch als Verhältnis der Grenzkosten dargestellt werden:

$$MRT_{12} = \frac{MC_1}{MC_2}, \quad (7)$$

$MC_i$  ... Grenzkosten (Marginal cost) bei der Produktion von  $x_i$

## Grenzrate der Transformation – Intuition

### Grenzrate der Transformation

$$MRT_{12} = \frac{MC_1}{MC_2},$$

### Intuition

- Um eine Einheit mehr von Gut 1 zu produzieren, entstehen mir Kosten von  $MC_1$ , z.B.  $MC_1 = 10$ .
- Diese muss ich bei der Produktion von Gut 2 einsparen.
- Für jede Reduzierung der Produktion von Gut 2 um eine Einheit spare ich  $MC_2$ , z.B.  $MC_2 = 2$ .
- Im vorliegenden Beispiel müsste ich also 5 Einheiten von Gut 2 weniger produzieren, um gleiche Kosten zu haben (sprich gleichen Faktorverbrauch)

## Grenzrate der Transformation – formale Ableitung

### Grenzrate der Transformation

$$MRT_{1,2} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

### Beispiel mit einem Produktionsfaktor: Arbeit

$$x_1 = f_1(L_1) \quad (8)$$

$$x_2 = f_2(L_2) \quad (9)$$

$$L = L_1 + L_2 \quad (10)$$

## Grenzrate der Transformation – formale Ableitung

- Profitmaximierung bei Produktion von Gut 1:

$$\Pi_1 = p_1 f_1(L_1) - wL_1$$

impliziert (bei Annahme vollkommener Konkurrenz auf dem Güter- und Faktormarkt)

$$p_1 f_1'(L_1) = w$$

ebenso

$$p_2 f_2'(L_2) = w$$

Damit folgt (mit  $dL_1 + dL_2 = dL = 0$ ):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{dx_2}{dL_2}}{\frac{dx_1}{dL_1}} = -\frac{dx_2}{dx_1} = MRT_{1,2}$$



## Grenzrate der Transformation – formale Ableitung

- Ferner sind die Kosten bei der Produktion von Gut 1

$$C_1 = wL_1$$

Die Grenzkosten sind somit (Annahme: Unternehmen hat keine Marktmacht auf Faktormärkten)

$$MC_1 = \frac{d(wL_1)}{dx_1} = w \frac{dL_1}{dx_1} = \frac{w}{dx_1/dL_1}$$

Ebenso für das Gut 2

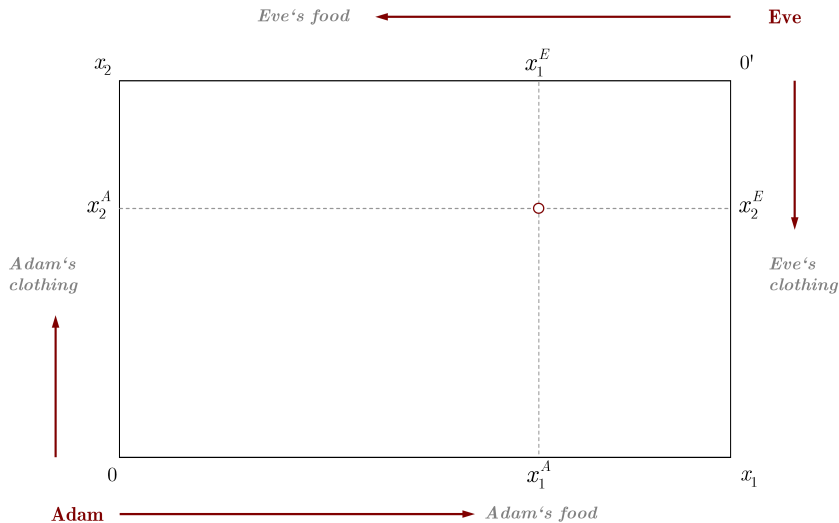
$$MC_2 = \frac{w}{\frac{dx_2}{dL_2}}$$

## Grenzrate der Transformation – formale Ableitung

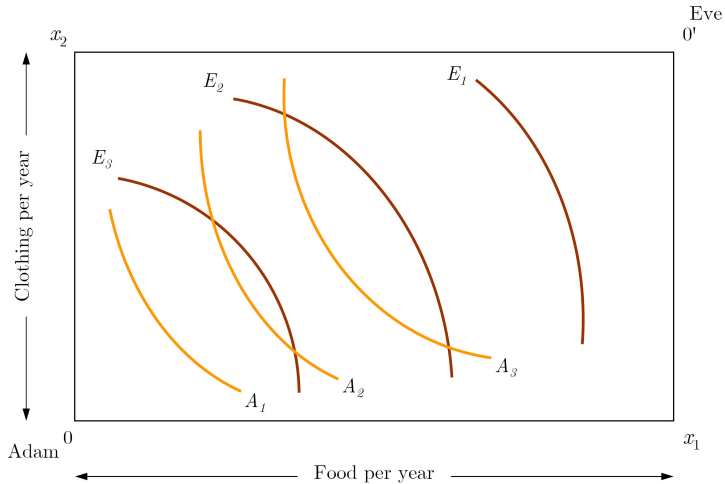
- Damit folgt aber

$$MRT_{1,2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{dx_2}{dL_2}}{\frac{dx_1}{dL_1}} = \frac{MC_1}{MC_2}$$

## Abb.5: Edgeworth box



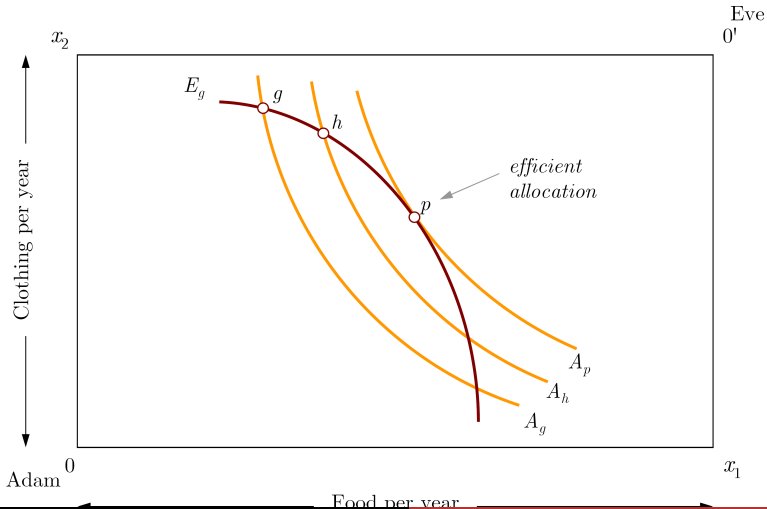
# Abb.6: Wohlfahrt in der Ökonomie mit 2 Personen



### Frage 1:

Ist es möglich, für eine gegebene Anfangsausstattung ('Allokation'), z.B.  $g$ , die beiden Güter Kleidung und Essen so umzuverteilen, dass Adam besser gestellt wird, ohne Eva schlechter zu stellen?

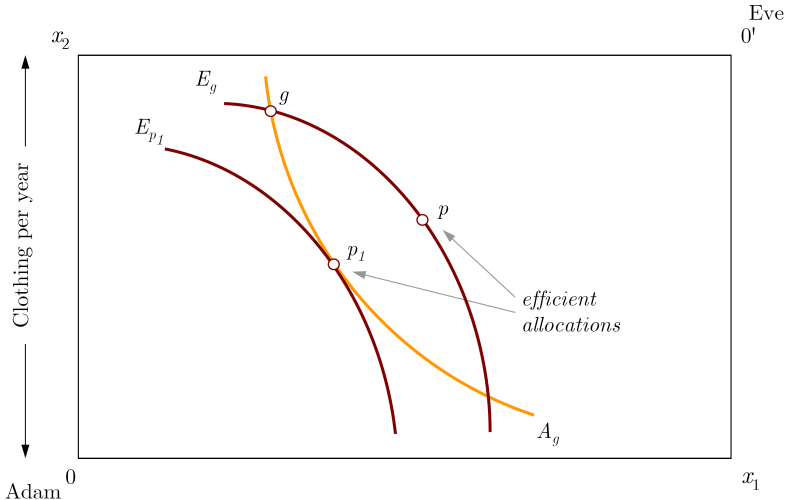
## Abb.7: Adam wird besser gestellt, ohne Eva schlechter zu stellen



## Frage 2:

Ist es möglich, die beiden Güter Kleidung und Essen so umzuverteilen, dass Eva besser gestellt wird, ohne Adam schlechter zu stellen?

## Abb.8: Eva wird besser gestellt, ohne Adam schlechter zu stellen

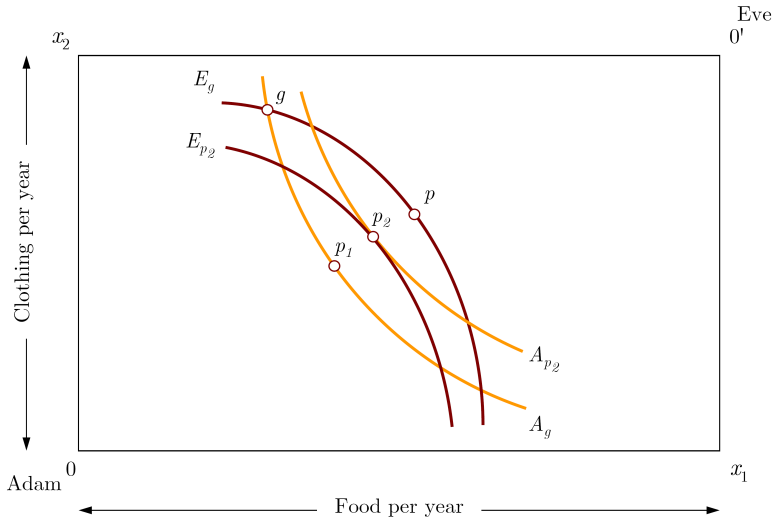




### Frage 3:

Ist es möglich, sowohl Adam als auch Eva besser zu stellen?

## Abb.9: Adam und Eva werden besser gestellt



## Pareto-Effizienz

$p$ ,  $p_1$  und  $p_2$  sind **Pareto-effiziente** Allokationen

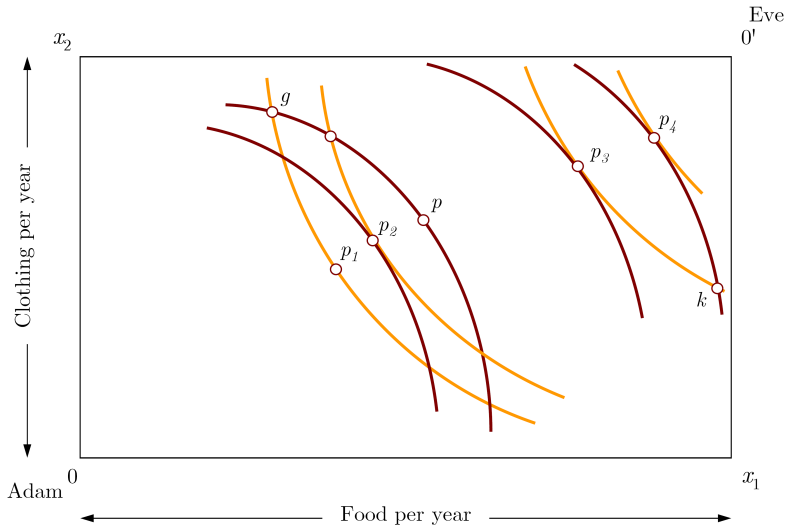
### Definition

Eine Allokation ist Pareto-effizient, wenn keine Person besser gestellt werden kann, ohne eine andere schlechter zu stellen

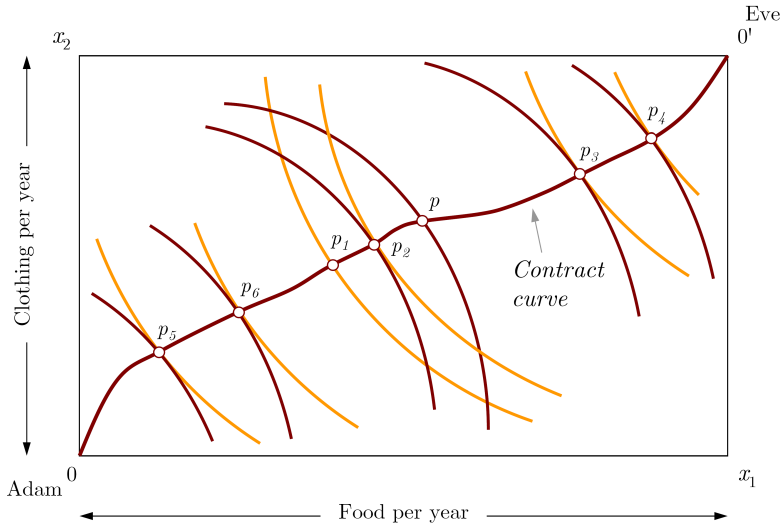
Eine **Pareto-Verbesserung** beschreibt eine Reallokation der Ressourcen, die mindestens eine Person besser stellt, ohne eine andere schlechter zu stellen

Beispiele in den Abbildungen: Reallokation von  $g$  zu  $p$ ,  $p_1$  oder  $p_2$

## Abb.10: Unterschiedliche Anfangsverteilungen



## Abb.11: Die Kontraktkurve (contract curve)



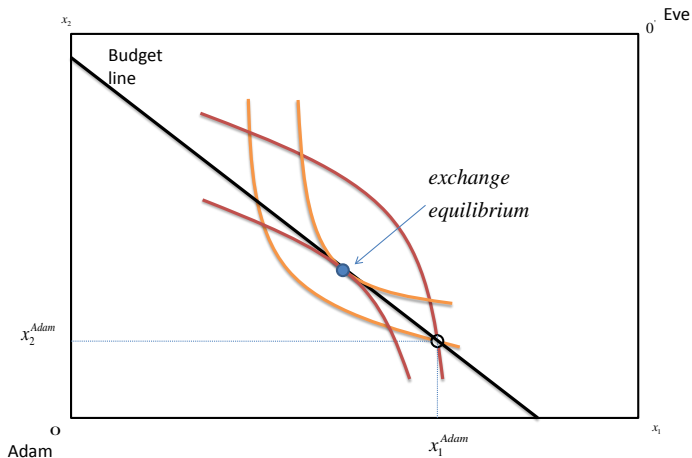
## Effizienz im Konsum

An den Punkten  $p, p_1 \dots p_6$  ist die Steigung von Adams Indifferenzkurven gleich der Steigung von Evas Indifferenzkurven

→ Bedingungen erster Ordnung für Pareto-Effizienz:

$$MRS_{FC}^{Adam} = MRS_{FC}^{Eve}$$

## Abb.12: Gleichgewicht bei Anfangsausstattungen $(x_1^{Adam}, x_2^{Adam})$ und $(x_1^{Eve}, x_2^{Eve})$

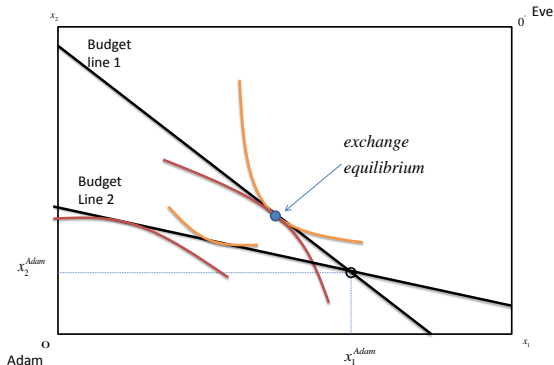


Anpassung an das neue Tauschgleichgewicht: Was passiert, wenn sich die Indifferenzkurven auf der Budgetgerade nicht tangieren?

- Annahme: Preisverhältnis  $\frac{p_1}{p_2}$  niedriger als im optimalen Tauschgleichgewicht
  - flachere Tauschgerade 2
  - Überschussnachfrage nach Gut 1 (warum?)
  - Überschussangebot von Gut 2
  - Preis von Gut 1 steigt relativ zu dem von Gut 2
  - solange, bis Angebot = Nachfrage
  - Tauschoptimum



## Abb.13: Preisanpassung und Markträumung in der Tauschwirtschaft

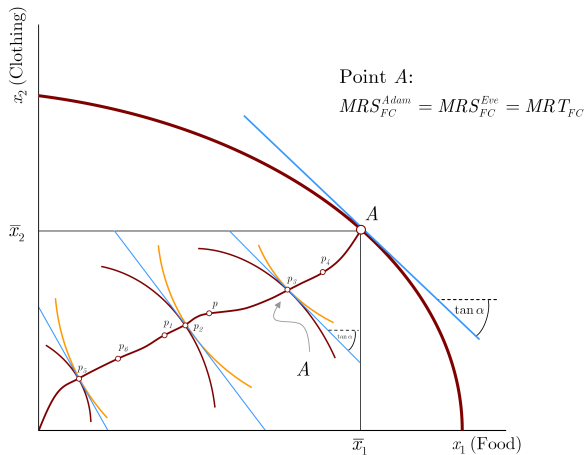


## Berücksichtigung des Produktionssektors

- Beispiel: Angenommen,  $MRS_{FC}^{Adam} = \frac{1}{3}$  und  $MRT_{FC} = \frac{2}{3}$  (d.h., zwei zusätzliche Kleidungsstücke können produziert werden, wenn drei Einheiten Nahrung weniger produziert werden)
  - Wenn Adam drei Einheiten Nahrung weniger hat, benötigt er nur *ein* Kleidungsstück als Kompensation
  - Erhält er hingegen sogar *zwei* Kleidungsstücke, steigt sein Nutzen
  - Pareto-Verbesserung (keinem geht es schlechter!)
- Solche Pareto-Verbesserungen sind solange möglich, wie die Grenzrate der Substitution  $MRS$  von der Grenzrate der Transformation  $MRT$  abweicht. Daher gilt als 2. notwendige Bedingung für Pareto-Effizienz

$$MRS_{FC}^{Adam} = MRT_{FC} = MRS_{FC}^{Eve}$$

## Abb.14: Effizienz bei variabler Produktion



## Erster Hauptsatz der Wohlfahrtsökonomik

### Theorem

*Jede Ressourcenallokation in einem Konkurrenzgleichgewicht ist Pareto-effizient*

### Implikationen:

- Tausch in einem Konkurrenzgleichgewicht generiert eine pareto-optimale Allokation
- Dieser Hauptsatz trifft keine Aussage über die Verteilung der Ressourcen
- Die Rolle des Staates bei vollkommener Konkurrenz ist gering: Aufrechterhaltung der Eigentumsrechte, etc.

## Effizienz im Konkurrenzgleichgewicht: Beweisskizze

- Annahmen:

1. Für jedes Gut gibt es eindeutige und durchsetzbare Eigentumsrechte
  2. Jedes Gut wird auf einem Markt gehandelt
  3. Produzenten und Konsumenten sind vollkommene Konkurrenten (ohne Marktmacht) → Preise sind exogen
- Adam und Eve zahlen den gleichen Preis für Nahrung ( $p_F$ ) und Kleidung ( $p_C$ )

## Effizienz im Konkurrenzgleichgewicht: Beweisskizze

- Notwendige Bedingungen für Konsumoptimum:

$$MRS_{FC}^{Adam} = \frac{p_F}{p_C} \quad (11)$$

und

$$MRS_{FC}^{Eve} = \frac{p_F}{p_C} \quad (12)$$

- Aus (11) und (12) folgt

$$MRS_{FC}^{Adam} = MRS_{FC}^{Eve} \quad (13)$$

## Effizienz im Konkurrenzgleichgewicht: Beweisskizze

- Produktionssektor: Firmen produzieren so viel, bis  $p_x = MC_x$ .  
In unserem Fall,  $p_F = MC_F$  and  $p_C = MC_C$ , daher

$$\frac{MC_F}{MC_C} = \frac{p_F}{p_C} = MRT_{FC} \quad (14)$$

- Aus (11), (12) und (14) erhalten wir schließlich

$$MRS_{FC}^{Adam} = MRS_{FC}^{Eve} = MRT_{FC} \quad \blacksquare \quad (15)$$

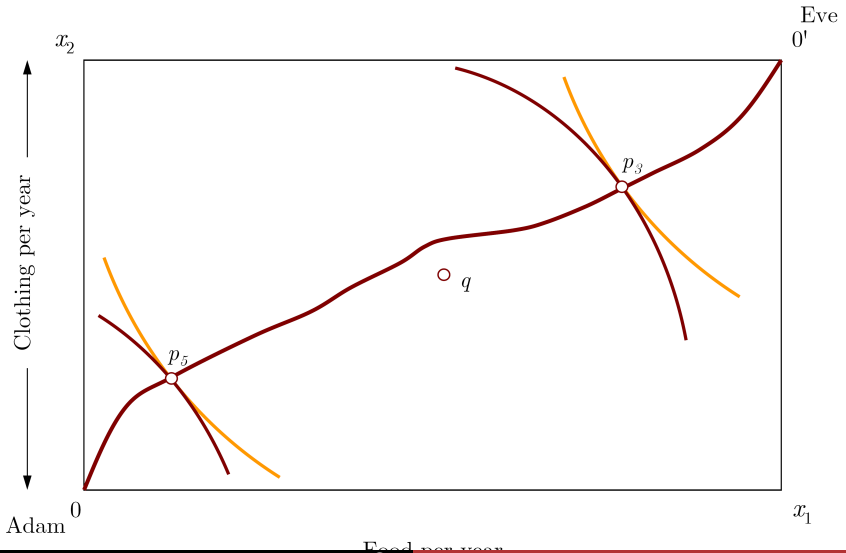
→ Konkurrenz führt zu einem effizienten Ergebnis

## Diskussion

- Aus der Sicht der reinen Effizienz ist die Rolle des Staates gering (z.B. Durchsetzung der Eigentumsrechte, innere und äußere Sicherheit, judikative und legislative Aufgaben)
- Jedoch: Ist Pareto-Effizienz wünschenswert?
- Betrachten Sie eine Allokation,  $q$ , die nahe der Mitte der Edgeworth Box, aber nicht auf der Kontraktkurve liegt



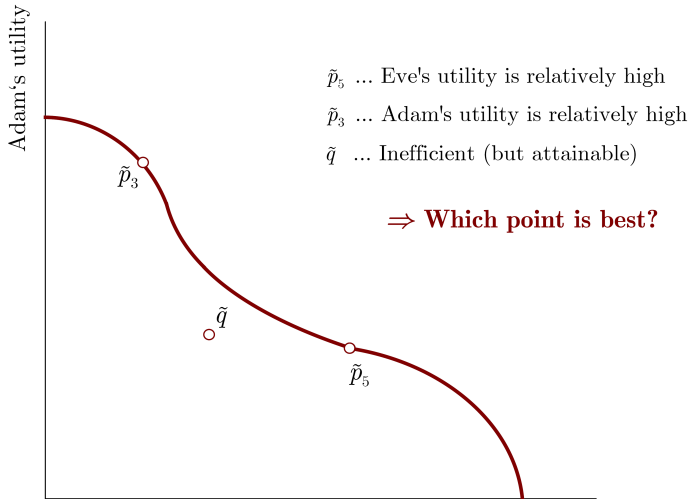
## Abb.13: Trade-off Effizienz – Gerechtigkeit



## Diskussion

- $q$  ist ineffizient
  - $p_3$  und  $p_5$  (und alle anderen Punkte auf der Kontraktkurve) sind Pareto-effizient, aber nicht notwendigerweise "besser" als  $q$
  - Eine Gesellschaft, die eine relativ gleichmäßige Verteilung von Konsum und Einkommen präferiert, zieht  $q$  den Allokationen  $p_3$  und  $p_5$  vor
- Pareto-Effizienz alleine ist nicht ausreichend für eine Beurteilung verschiedener Ressourcenallokationen

## Abb.14: Nutzenmöglichkeitskurve — utilities possibility curve (UPC)



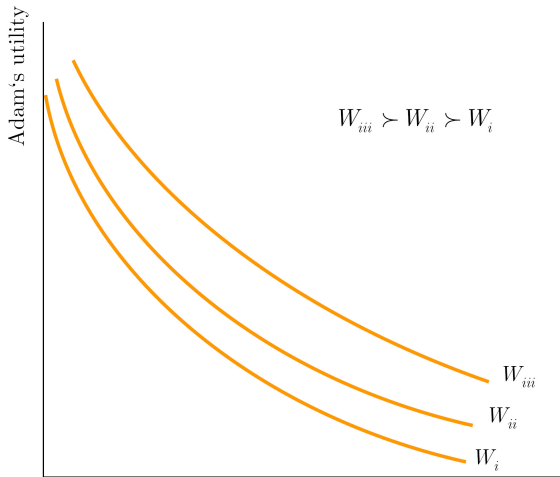
## Soziale Wohlfahrtsfunktion — social welfare function

- ... (ethische) Beurteilung, wie das Wohl einer Gesellschaft zu dem Wohl der einzelnen Mitglieder in Beziehung steht:

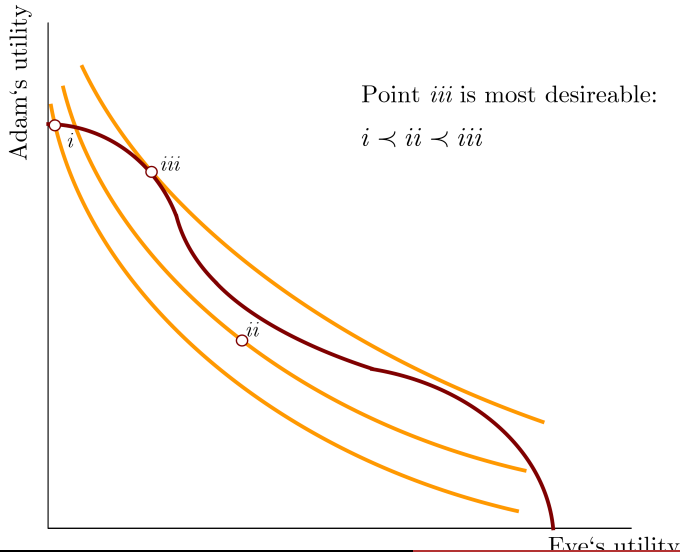
$$W = W(U^{Adam}, U^{Eve})$$

- Soziale Wohlfahrt steigt, sobald  $U^{Adam}$  und/oder  $U^{Eve}$  zunehmen
- Indifferenzkurven für die Nutzen der einzelnen Mitglieder:  
Soziale Indifferenzkurven

## Abb.15: Soziale Indifferenzkurven — social indifference curves



## Abb.16: Maximierung der sozialen Wohlfahrt



## Schlussfolgerungen

- Erster Hauptsatz der Wohlfahrtsökonomik:  
Konkurrenzwirtschaft erzielt Pareto-effiziente Allokation
- Diese Allokation maximiert nicht notwendigerweise die soziale Wohlfahrt

### Ergebnis

Selbst wenn die Ökonomie eine Pareto-effiziente Allokation der Ressourcen herbeiführt, kann es nötig sein, dass der Staat eingreift, um eine "gerechtere" oder "fairere" Nutzenverteilung herbeizuführen

- Wie sollte der Staat eingreifen?

## Zweiter Hauptsatz der Wohlfahrtsökonomik

### Theorem

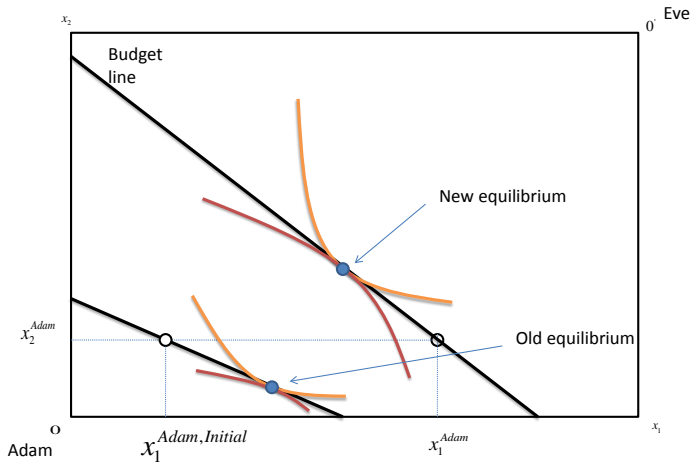
*Jede Pareto-effiziente Allokation kann in einem Konkurrenzgleichgewicht durch Umverteilung der Anfangsausstattung herbeigeführt werden*

### Implikationen:

- Die Gesellschaft kann jede Pareto-effiziente Allokation durch eine Umverteilung herbeiführen und dann die Agenten frei miteinander handeln lassen
- Es besteht keine Notwendigkeit, die Freie Marktwirtschaft aufzugeben, um mehr Gerechtigkeit herbeizuführen, vielmehr gilt: Effizienz und Gerechtigkeit sind als Ziele trennbar



## Abb.17: Umverteilung bei ungleicher Anfangsausstattungen



## Beispiel: Abbildung 17

- Anfängliche Verteilung sehr ungleich, Adam ist sehr viel ärmer als Eve
- Der Staat greift ein und verteilt um
- Annahme: Manche Güter sind leichter umzuverteilen, z.B. Geld, als andere, z.B. Immobilienbesitz oder Land
- Sei Gut 1 das Gut, das leichter umzuverteilen ist
- Staat nimmt Eva  $x_1^{Adam} - x_1^{Adam,initial}$  von Gut 1 und gibt es Adam

## Rechtfertigung für staatliche Intervention

- Verteilungsungerechtigkeiten
- Marktversagen liegt vor: Annahmen des 1. Hauptsatzes der Wohlfahrtsökonomik sind nicht erfüllt
  - 1 Eigentumsrechte sind nicht durchzusetzen: Externalitäten
  - 2 Märkte existieren nicht oder sind nicht vollständig etabliert:
    - 1 Asymmetrische Information
    - 2 Öffentliche Güter
  - 3 Unternehmen haben Marktmacht (Monopole, Monopsonie)

# Literatur

## Literatur

- Rosen, Gayer, 2009, Public Finance, 8th ed., Chapter 3

## Ergänzende Literatur

- Varian, 2010, Intermediate Microeconomics, Chapters 31 und 32.8-32.9, 32.11

# Aufgaben

## Aufgaben

- 1 Betrachten Sie eine Ökonomie mit 2 Personen, Henry und Catherine, und 2 Gütern, Brot und Wasser. In Folge einer Dürre entscheidet der Staat, das Wasser zu rationieren und jedem die Hälfte zuzuteilen. Zudem wird verboten, mit Wasser zu handeln. Zeichnen Sie die Situation in einer Edgeworth Box ein und argumentieren Sie, warum diese i.d.R. nicht pareto-effizient ist.
- 2 Leiten Sie die Optimalitätsbedingung für den Konsum ab:

$$MRS_{F,C} = \frac{p_F}{p_C}$$

## Aufgaben

- 3 Wiederholung: Nutzenmaximierung
- Carla gibt jeden Monat \$ 210 für Wein und Bier aus. Ihre Nutzenfunktion ist durch  $U = 100WB$  gegeben, wobei  $W$  die Anzahl der Weinflaschen und  $B$  die Anzahl der Six-Packs mit Bierflaschen bezeichnen. Wenn Wein \$10 kostet, und das Six-Pack Bier \$15, maximiert sie ihren Nutzen, wenn sie folgende Kombinationen kauft:
- 10.5 Flaschen Wein und 7 Six-Packs mit Bier
  - 2 Flaschen Wein und 3 Six-Packs mit Bier
  - gleiche Anzahl an Weinflaschen und Six-Packs mit Bier
  - 10 Flaschen und 13.3 Six-Packs mit Bier
  - keine der obigen Antworten

## Aufgaben

- ④ Unterstellen Sie für Adam und Eva folgende identische Nutzenfunktion:

$$U = \log x_1 + 2 \log x_2$$

- ① Berechnen Sie die Grenzzraten der Substitution zwischen Gut 1 und Gut 2.
- ② Leiten Sie die Menge der pareto-effizienten Allokationen ab.
- ③ Konstruieren Sie die Kontraktkurve im Fall gegebener Gesamtausstattung  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (2, 3)$ .

## Aufgaben

- 5 Wiederholung: Profitmaximierung  
Eine Spielzeugfirma produziert Spielzeugautos mit Stahl gemäß der Produktionsfunktion  $Q = 50 + 100S - 0.5S^2$ .  
Wenn Stahl \$49 kostet und das Spielzeugauto für \$7 verkauft wird, beträgt der optimale Einsatz von Stahl in der Produktion
- 50
  - 43
  - 100
  - 93
  - 133



## Aufgaben

- 6 Wiederholung: Kostentheorie  
Die Frank Failing Company hat durchschnittliche variable Kosten von \$8, durchschnittliche fixe Kosten von \$16, Grenzkosten von \$12, und eine Nachfrageelastizität von -3. Frank sollte kurzfristig ...
- schließen
  - \$8 (für ihr Produkt) verlangen
  - \$16 verlangen
  - \$18 verlangen
  - \$36 verlangen
- 7 Wie verändert sich die Optimalitätsbedingung für die Grenzrate der Transformation, wenn die Produzenten Monopolisten sind und die Nachfrageelastizitäten  $\epsilon_i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , auf den Gütermärkten betragen?

## Aufgaben

- 8 Wie verändert sich die Optimalitätsbedingung für die Grenzrate der Transformation, wenn die Produzenten für Nahrung und Kleidung auf Gütermärkten bei vollkommener Konkurrenz zu den Preisen  $p_F$  und  $p_C$  anbieten, jedoch der Produzent für Kleidung auf dem Faktormarkt Monopsonist ist? Unterstellen Sie hierfür, dass nur mit dem Faktor Arbeit  $L$  produziert wird und die Arbeitsangebotselastizität  $\eta = \frac{\frac{\partial L}{\partial W}}{\frac{L}{W}}$  beträgt. (Literaturtip: Varian, Intermediate Microeconomics, Chapter 26)
- 9 Ist vollkommene Konkurrenz wünschenswert?
- 10 Zeigen Sie für die 2-Güter-Wirtschaft: Wenn die Überschussnachfrage nach Gut 1 Null ist, dann ist auch der Markt für Gut 2 im Gleichgewicht (**Gesetz von Walras**).

## Aufgaben

- 11 In welchem der folgenden Märkte erwarten Sie eine effiziente Allokation?
- 1 Arbeitslosenversicherung
  - 2 Physiotherapie
  - 3 Aktienmärkte
  - 4 PCs
  - 5 Restaurants
  - 6 benzingetriebene Laubbläser
- 12 Deutschland hat 2011 die Regulierung eingeführt, dass private Rentenversicherungen keine unterschiedlichen Tarife für Frauen und Männer anbieten dürfen. Ist eine solche Politik pareto-effizient? Erhöht eine solche Politik die gesellschaftliche Wohlfahrt?

## Aufgaben

- 13 Unterstellen Sie, dass der Staat die soziale Nutzenfunktion

$$W = U_{Adam} + U_{Eve}$$

maximieren möchte. Zeichnen Sie die optimale Wohlfahrt  $W$  in Abbildung 16 ein. Wie ändert sich diese, wenn Adam Lobbying betreibt und der Staat die folgende Wohlfahrtsfunktion maximiert?

$$W = 2U_{Adam} + U_{Eve}$$

- 14 Viele Berufe, wie z.B. der des Notars, sind stark reglementiert und ohne Lizenz nicht zu betreiben. Mindert dies die soziale Wohlfahrt?
- 15 Wahr oder falsch? Eine höhere Tabaksteuer zur Finanzierung von mehr Bildungsausgaben ist eine Pareto-Verbesserung.