ulm university universität
uulm

Universität Ulm | 89069 Ulm | Germany

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Prof. Dr. Werner Smolny
Institut für Wirtschaftspolitik

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur
Institutsdirektor

Sommersemester 2015

2 Anwendungen und Probleme

Probleme empirischer Schätzungen

- *Fehlende Variablen und Multikollinearität*
- *Endogenität / Simultanität*
- *Strukturbruch*
- *Heteroskedastie*
- *Autokorrelation*

Für die Interpretation der Schätzergebnisse werden in der Ökonometrie eine Reihe von Annahmen getroffen:

- *Korrekte Spezifikation des theoretischen Modells*
- *Exogenität der erklärenden Variablen*
- *Strukturkonstanz*
- *unabhängige, identisch verteilte Residuen (i.i.d.)*

Wenn diese Annahmen nicht erfüllt sind, kann es zu verzerrten Schätzungen der Koeffizienten und der Standardfehler (der Konfidenzintervalle) kommen.

Deshalb ist es wichtig, diese Annahmen immer wieder zu überprüfen.

Helmholtzstr. 20, Raum E 05
Tel. 0731 50-24260, Fax -24262

http://www.uni-ulm.de/mawi/wirtschaftspolitik
Werner.Smolny@uni-ulm.de

Fehlende Variablen und Multikollinearität

Fehlende Variablen führen dann zu verzerrten Schätzergebnissen, wenn diese fehlenden Variablen mit den im Modell aufgenommenen Variablen korreliert sind.

Da nahezu alle ökonomischen Variablen miteinander korreliert sind, führen fehlende Variablen fast immer zu verzerrten Schätzergebnissen:

"Wahres" Modell: $y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{1,t} + \beta_2 \cdot x_{2,t} + \varepsilon_t$

Geschätztes Modell: $y_t = \beta_{0,g} + \beta_{1,g} \cdot x_{1,t} + \varepsilon_{g,t}$

Der KQ-Schätzer "entfernt" alle Korrelation der Residuen mit den x-Variablen, daher führt eine Korrelation von x_1 und x_2 zu einer verzerrten Schätzung von β_1.

Test

Überprüfe, welche Variablen relevant sind

- *ökonomische Plausibilität*
- *statistische Signifikanz*

Beispiel

- *Cobb/Douglas Produktionsfunktion*

Weitere Beispiele

- *Wirtschaftswachstum ← Zinsen, Weltkonjunktur*
- *Konsum ← Einkommen, Vermögen*
- *...*

Endogenität / Simultanität

Wenn die erklärenden Variablen in einer Schätzung endogen sind,
d.h. durch die zu erklärende Variable beeinflusst werden,
führt der OLS–Schätzer zu verzerrten Ergebnissen für die Koeffizienten.

Beispiel

Der Konsum ist abhängig vom Einkommen,
und die Einkommensidentität gilt.

$$\begin{aligned} C &= c' \cdot Y + \varepsilon \\ Y &= C + I \end{aligned}$$

Dann gilt:

$$\begin{aligned} C &= c' \cdot Y + (C - c' \cdot Y) \\ &= c' \cdot Y + (Y - I) - c' \cdot Y \\ &= c' \cdot Y + (1 - c') \cdot Y - I \end{aligned}$$

- *D.h. die "wahren" Residuen sind korreliert mit Y*
- *Für den OLS–Schätzer gilt jedoch, dass die geschätzten Residuen unkorreliert mit den erklärenden Variablen sind*
- *Daraus folgt, dass der OLS-Schätzer verzerrt ist*

Hinweis

$\rightarrow$*Aufzeichnen!*

Für das Vorgehen in diesem Fall bieten sich 3 Alternativen an:

1. *Schätzung der reduzierten Form*

   Das Modell kann nach den endogenen Variablen aufgelöst werden.

$$\begin{aligned} C &= c' \cdot (C + I) + \varepsilon \\ (1 - c') \cdot C &= c' \cdot I + \varepsilon \\ C &= \frac{c'}{1-c'} \cdot I + \varepsilon' \end{aligned}$$

   Wenn I exogen ist, kann diese Gleichung konsistent geschätzt werden. Die marginale Konsumneigung c' kann aus dem geschätzten Koeffizienten berechnet werden.

2. *Instrumentschätzer*

   Eine Alternative ist die Schätzung mit einem Instrumentvariablenschätzer (IV)

   - *Dafür wird die endogene erklärende Variable (also Y) in einer ersten Stufe auf exogene, mit Y korrelierte Variablen geschätzt*
   - *Die geschätzten Werte dieser Schätzung (der FIT) werden dann in der zweiten Stufe anstelle der Variablen für die Schätzung der Modellgleichung verwendet (TSLS – Two Stage Least Squares)*

3. *Schätzung anhand verzögerter Werte der erklärenden Variablen*

   Zumindest bei Zeitreihendaten kann y_t keinen direkten Einfluss auf x_{t-1} ausüben (Ursache → Wirkung)

Endogenität/Simultanität ist ein sehr weit verbreitetes Problem:

- *Es gibt kaum ökonomische Variablen, die exogen sind,*
  die also nicht von anderen ökonomischen Variablen beeinflusst werden
- *Man sollte also immer auf Simultanität testen*
  (anhand der Methoden oben → liefern sie andere Ergebnisse?)
- *Andererseits führen die Methoden oben meist*
  zu einem Verlust an Effizienz der Schätzung:

  Der OLS-Schätzer weist definitionsgemäß die geringste Varianz auf
  → alle anderen Schätzer sind weniger effizient

  Man muss also den Verlust an Effizienz gegen den Simultanitäts-Fehler abwägen
- *Manchmal ist der Simultanitätsfehler gering:*
  - *wenn die Varianz der Schätzgleichung gering ist*
  - *wenn die Varianz der erklärenden Variable groß ist*
  - *wenn die Endogenität nicht sehr ausgeprägt ist*
  - *Beispiel: Konsumfunktion*
- *Weitere Beispiele: Schätzung von Lohn-, Preis- und Produktivitätsgleichungen*

$$\begin{aligned}
\Delta \ln p &= \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \Delta \ln w + \alpha_2 \cdot \Delta \ln \pi_l + \varepsilon_p \\
\Delta \ln w &= \beta_0 + \beta_1 \cdot \Delta \ln p + \beta_2 \cdot \Delta \ln \pi_l + \beta_3 \cdot UR + \varepsilon_w \\
\Delta \ln \pi_l &= \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \Delta \ln w + \gamma_2 \cdot \Delta \ln p + \gamma_3 \cdot \Delta \ln Q + \varepsilon_\pi
\end{aligned}$$

Hier ist die Endogenität wichtig → Identifikationsproblem

Strukturbruch

Strukturbruch bedeutet, dass sich die Struktur (die Koeffizienten, die Standardabweichung) des Modells über die Zeit (oder im Querschnitt z.B. mit der Unternehmensgröße) ändert

- *Manchmal gibt es einen a priori bekannten Zeitpunkt, an dem sich das Modell möglicherweise geändert hat (deutsche Vereinigung, Ölpreisschocks, Euro).*
- *Manchmal ändern sich die Koeffizienten langsam über die Zeit (Änderung der Konsumgewohnheiten).*

Die Schätzung über einen Strukturbruch hinweg impliziert eine Fehlspezifikation des Modells

Test auf Strukturbruch

- *Chow-Test:*

  Schätzung des Modells

  - *für die Zeit vor dem Strukturbruch (Ostdeutschland)*
  - *nach dem Strukturbruch (Westdeutschland)*
  - *für die gesamte Zeitperiode (Gesamtdeutschland)*
  - *F-Test für die Gleichheit der Koeffizienten*

- *Ein alternativer Test ist der Chow Vorhersage Test*

  - *schätze das Modell für die Periode bis zum Strukturbruch*
  - *berechne auf der Basis dieser Schätzgleichung eine Vorhersage für die Zeitperiode nach dem Strukturbruch*
  - *untersuche, ob die Abweichungen signifikant größer sind (F- oder χ^2-Test) Dieser Test liefert auch sinnvolle Ergebnisse, wenn der Strukturbruch noch nicht lange zurückliegt.*

– *Alternativer Test auf Strukturbruch: Rekursive Schätzungen*

Rekursive Schätzungen sind eine hilfreiche Möglichkeit, strukturelle Veränderungen in der Modellgleichung zu untersuchen:

- *Das Vorgehen*
  - *schätze die Modellgleichung für ein kurzes Sample am Anfang des Beobachtungszeitraums (es geht grundsätzlich auch anders herum)*
  - *berechne aus der Gleichung eine Vorhersage für die nächste Periode*
  - *bestimme den Vorhersagefehler (das sogenannte rekursive Residuum)*
  - *verlängere das Sample um eine Periode . . . usw.*

- *Ein formaler Test auf Strukturbruch ist der CuSum–Test (Cumulated Sum of recursive Residuals)*
  - *Dafür wird die kumulierte Summe der rekursiven Residuen berechnet*
  - *Wenn beispielsweise die rekursiven Residuen immer (sehr häufig) positiv sind, ist das ein Zeichen für einen Strukturbruch in der Gleichung*
  - *Für die Summe der Residuen kann ein Konfidenzband berechnet werden*
  - *Über– oder unterschreitet die Summe der Residuen das Konfidenzband, liegt ein signifikanter Strukturbruch vor*

- *Ein Test auf eine bestimmte Art der Heteroskedastie ist der CuSum^2-Test*
  Hierbei werden die Quadrate der rekursiven Residuen aufsummiert
  Über- oder unterschreitet diese Summe das Konfidenzband, dann liegt eine signifikante Änderung der Varianz der Residuen vor

- *Man kann sich auch die Koeffizienten der rekursiven Schätzungen ansehen*
  Aus der Entwicklung dieser Koeffizienten können mögliche Ursachen für einen Strukturbruch näher eingegrenzt werden (z.B. die Saisonfigur hat sich geändert)

Beispiel I *Schätzung einer Einkommensfunktion*

Beispiel II *Schätzung einer Konsumfunktion*

Heteroskedastie

Heteroskedastie bedeutet, dass die Varianz der Residuen in der Stichprobe nicht konstant ist.

Beispiele:

Bei Zeitreihendaten:

Ansteigen der Varianz über die Zeit,
Anstieg der Varianz mit dem Einkommen.

Bei Querschnittsdaten:

Höhere absolute Varianz bei großen Einheiten (Große Unternehmen, hohes Einkommen),

geringere relative Varianz (Veränderungsraten) bei großen Einheiten (Risikostreuung).

Heteroskedastie führt nicht zu verzerrter Schätzung der Koeffizienten, aber zu verzerrter Schätzung der Standardfehler (der Konfidenzintervalle).

Außerdem reduziert sie die Effizienz der Schätzung.

Test auf Heteroskedastie

Weit verbreitet und in EViews integriert ist der White-Test.

Testidee ist der Versuch der Erklärung der Streuungsbreite der Residuen durch andere Variablen, also z.B.:

Erkläre die Residuenquadrate ε_t^2 durch die Niveaus und die Quadrate der erklärenden Variablen.

Signifikanztest für Heteroskedastie:

F-Test (Test, ob R^2 signifikant größer als Null)

Teststatistik:

$$F_{k-1,T-k} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{T-k}{k-1}$$

$T-k$: *Zahl der Freiheitsgrade*

$k-1$: *Zahl der Restriktionen, Zahl der geschätzten Koeffizienten – 1 (Konstante)*

Bereinigung um Heteroskedastie

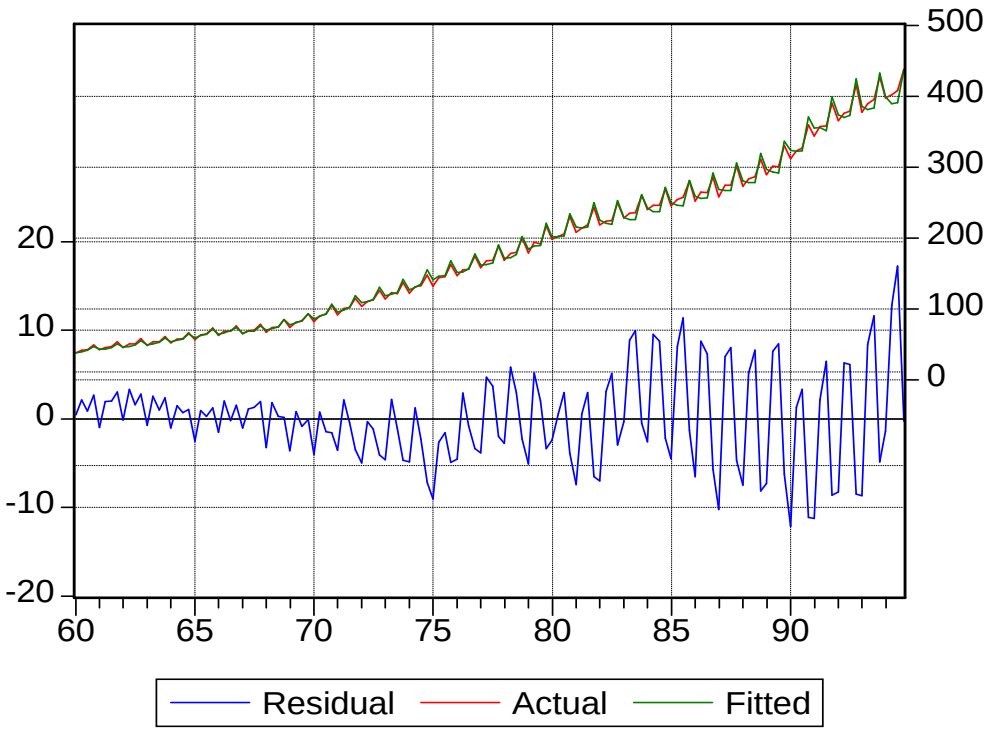
1. *Teilen der gesamten Gleichung durch die Variable, die die Varianz beeinflusst (z.B. das Einkommen), Gewichtung*
2. *Bereinigung um Heteroskedastie mit Hilfe der geschätzten Werte der Test-Gleichung des White-Tests*
3. *Andere Spezifikation des theoretischen Modells, z.B. logarithmische Spezifikation*

Beispiel

Schätzung einer Konsumfunktion in Abhängigkeit des verfügbaren Einkommens

```
============================================================
LS // Dependent Variable is KONSUMW
Sample: 1960:1 1994:4
Included observations: 140 after adjusting endpoints
============================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
============================================================
        C            0.407818   0.866981   0.470389   0.6388
       YVW           0.872722   0.003517   248.1528   0.0000
============================================================
R-squared            0.997764    Mean dependent var 184.6276
Adjusted R-squared   0.997748    S.D. dependent var 111.6542
S.E. of regression   5.298797    Sum squared resid  3874.661
Log likelihood      -431.0914    F-statistic        61579.81
Durbin-Watson stat   1.654655    Prob(F-statistic)  0.000000
============================================================
```

Tatsächliche, geschätzte Werte, Residuen




```
================================================================
White Heteroskedasticity Test:
================================================================
F-statistic          36.51121    Probability         0.000000
Obs*R-squared        48.67642    Probability         0.000000
================================================================


Test Equation:
LS // Dependent Variable is RESID^2
Sample: 1960:1 1994:4
Included observations: 140
================================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
================================================================
        C           -7.743614   9.459041  -0.818647   0.4144
       YVW           0.131753   0.092857   1.418875   0.1582
      YVW^2          0.000125   0.000187   0.669733   0.5042
================================================================
R-squared            0.347689    Mean dependent var 27.67615
Adjusted R-squared   0.338166    S.D. dependent var 41.75801
S.E. of regression   33.97147    Sum squared resid  158106.3
Log likelihood      -690.7080    F-statistic        36.51121
Durbin-Watson stat   2.064741    Prob(F-statistic)  0.000000
================================================================
```

Schätzung in Logarithmen

```
============================================================
LS // Dependent Variable is LOG(KONSUMW)
Sample: 1960:1 1994:4
Included observations: 140 after adjusting endpoints
============================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
============================================================
        C           -0.078648   0.017249  -4.559593   0.0000
      LOG(YVW)       0.989736   0.003328   297.3719   0.0000
============================================================
R-squared            0.998442    Mean dependent var 5.004162
Adjusted R-squared   0.998431    S.D. dependent var 0.692430
S.E. of regression   0.027431    Sum squared resid  0.103841
Log likelihood       305.8063    F-statistic        88430.05
Durbin-Watson stat   1.689312    Prob(F-statistic)  0.000000
============================================================
```

Teilen durch das verfügbare Einkommen

```
============================================================
LS // Dependent Variable is KONSUMW/YVW
Sample: 1960:1 1994:4
Included observations: 140 after adjusting endpoints
============================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
============================================================
        C            0.865629   0.003364   257.3279   0.0000
      1/YVW          1.542208   0.360907   4.273141   0.0000
============================================================
R-squared            0.116855    Mean dependent var 0.877250
Adjusted R-squared   0.110455    S.D. dependent var 0.024838
S.E. of regression   0.023426    Sum squared resid  0.075734
Log likelihood       327.9001    F-statistic        18.25973
Durbin-Watson stat   1.823971    Prob(F-statistic)  0.000036
============================================================
```

Autokorrelation

Autokorrelation bedeutet, dass die Residuen zum Zeitpunkt t korreliert sind mit den Residuen der Vorperioden.

Autokorrelation der Residuen führt nicht unbedingt (aber meistens) zu verzerrten Schätzungen der Koeffizienten, aber zu verzerrten Schätzungen der Standardabweichung.

Beispiele

– **Positive Autokorrelation 1. Ordnung**

- *Persistenz der Residuen, ein großes positives Residuum heute führt zu einem großen positiven Residuum in der nächsten Periode*
- *Autokorrelation der Residuen ist ein Hinweis auf fehlende Variablen (fast alle ökonomischen Variablen weisen positive Autokorrelation 1. Ordnung auf)*
- *Fehlende Variablen implizieren eine Fehlspezifikation des Modells und führen fast immer zu verzerrten Schätzungen der Parameter (siehe oben)*
- *Irgendwo muss die Autokorrelation ja herkommen*
  $\rightarrow$ Hinweis auf Fehlspezifikation

– **Positive Autokorrelation 4. Ordnung**

Fehler bei der Berücksichtigung der Saisonstruktur in der Gleichung

Exkurs: Saisonbereinigung

der Daten	*konstante Saisonfaktoren, additiv oder multiplikativ, in Eviews: seas x xb*	*gleitende Durchschnitte*
in der Schätzung	*Saisondummies, konstant, für sub-samples oder interagiert mit trend*	*AR(4) oder MA(4) Prozesse, die mitgeschätzt werden*

Häufig stehen neben Originaldaten alternativ saisonbereinigte Daten zur Verfügung (X11, Berliner Verfahren oder ein ähnliches Saisonbereinigungsverfahren)

Zeitreihenstruktur vieler Quartalsdaten

$$x_t - \rho_4 \cdot x_{t-4} = \rho_1 \cdot (x_{t-1} - \rho_4 \cdot x_{t-5}) + \varepsilon_t$$

Vorsicht: Instabilität, wenn die autoregressive Wurzel ≥ 1,
$\rightarrow$ *Schätzung in Differenzen, aber das ist ein anderes Modell*

Test auf Autokorrelation

1. *Erkläre die Residuen anhand der Residuen der Vorperioden,*
   t-Test für die Koeffizienten, F-Test der Gleichung
2. *Breusch/Godfrey-Test*
   Erkläre die Residuen anhand der Residuen der Vorperioden
   und der erklärenden Variablen des theoretischen Modells, F-Test der Gleichung

Bereinigung um Autokorrelation

a) – *1. Differenzen der Variablen*
   – *4. Differenzen der Variablen*
   – *Quasi-Differenzen der Variablen:* $x_t - \rho_i \cdot x_{t-i}$
   $\rightarrow$ *in EViews Aufnahme von AR(1), AR(4) in die Schätzung*
   Achtung: Eine Schätzung in Differenzen ist ein anderes Modell

b) *Schätzung eines erweiterten Modells:*
   – *Aufnahme fehlender Variablen,*
   – *Berücksichtigung einer verzögerten Anpassung im theoretischen Modell*

Beispiel

Produktionsfunktion und technischer Fortschritt

(totale Faktorproduktivität oder Einsatz von Rohstoffen, Energieeinsatz als stark autokorrelierte Variable)

LS // Dependent Variable is LOG(YT)
Sample: 1960:1 1989:4
Included observations: 120

Variable	Coefficient	Std. Error	T-Statistic	Prob.
C	-4.289145	1.517816	-2.825866	0.0056
@SEAS(1)	-0.069824	0.005463	-12.78073	0.0000
@SEAS(2)	-0.034393	0.005543	-6.204790	0.0000
@SEAS(3)	0.019634	0.005877	3.340839	0.0011
T	0.012716	0.004160	3.056678	0.0028
T^2	-4.63E-05	1.31E-05	-3.540673	0.0006
LOG(K)	0.237311	0.227287	1.044103	0.2987
LOG(Q)	0.344839	0.055403	6.224201	0.0000
LOG(LT)	0.546957	0.163346	3.348464	0.0011
LOG(H)	0.691310	0.122896	5.625155	0.0000

R-squared	0.995029	Mean dependent var	5.589478
Adjusted R-squared	0.994622	S.D. dependent var	0.259055
S.E. of regression	0.018997	Sum squared resid	0.039699
Log likelihood	310.5622	F-statistic	2446.441
Durbin-Watson stat	1.174896	Prob(F-statistic)	0.000000

Zeitreihenanalyse der Residuen

LS // Dependent Variable is RES
Sample: 1961:3 1989:4
Included observations: 114 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	T-Statistic	Prob.
C	-0.000187	0.001086	-0.172092	0.8637
RES(-1)	0.343691	0.097442	3.527128	0.0006
RES(-2)	-0.052885	0.100400	-0.526742	0.5995
RES(-3)	0.062613	0.072477	0.863901	0.3896
RES(-4)	0.672380	0.069444	9.682353	0.0000
RES(-5)	-0.206988	0.095720	-2.162420	0.0328
RES(-6)	0.012003	0.093102	0.128925	0.8977

R-squared	0.596084	Mean dependent var	-0.000968
Adjusted R-squared	0.573435	S.D. dependent var	0.017661
S.E. of regression	0.011535	Sum squared resid	0.014237
Log likelihood	350.5652	F-statistic	26.31781
Durbin-Watson stat	1.973950	Prob(F-statistic)	0.000000

```
==============================================================
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:
==============================================================
F-statistic          17.15475    Probability         0.000000
Obs*R-squared        68.83756    Probability         0.000000
==============================================================

Test Equation:
LS // Dependent Variable is RESID
==============================================================
     Variable     Coefficient Std. ErrorT-Statistic  Prob.
==============================================================
        C           -1.428387   1.249411  -1.143248   0.2556
     @SEAS(1)       -0.002138   0.003776  -0.566282   0.5724
     @SEAS(2)       -0.001382   0.004043  -0.341951   0.7331
     @SEAS(3)       -0.000219   0.004469  -0.048988   0.9610
        T           -0.004758   0.003074  -1.547661   0.1248
       T^2           1.52E-05   9.68E-06   1.570078   0.1195
      LOG(K)         0.256921   0.169386   1.516775   0.1324
      LOG(Q)         0.084357   0.046904   1.798510   0.0751
     LOG(LT)        -0.194611   0.126037  -1.544072   0.1257
      LOG(H)        -0.015287   0.109821  -0.139198   0.8896
    RESID(-1)        0.292982   0.105062   2.788646   0.0063
    RESID(-2)       -0.025329   0.107444  -0.235738   0.8141
    RESID(-3)       -0.025941   0.105906  -0.244939   0.8070
    RESID(-4)        0.673722   0.104016   6.477121   0.0000
    RESID(-5)       -0.183104   0.108944  -1.680707   0.0959
    RESID(-6)        0.041569   0.112417   0.369776   0.7123
    RESID(-7)        0.097294   0.108700   0.895063   0.3729
    RESID(-8)        0.062488   0.105344   0.593181   0.5544
==============================================================
R-squared            0.573646    Mean dependent var 6.79E-16
Adjusted R-squared   0.502587    S.D. dependent var 0.018265
S.E. of regression   0.012882    Sum squared resid  0.016926
Log likelihood       361.7114    F-statistic        8.072824
Durbin-Watson stat   1.958904    Prob(F-statistic)  0.000000
==============================================================
```