



Übung zur Empirischen Wirtschaftsforschung

VII. Ökonometrische Testverfahren

7.1 Einführung

7.2 Die Geldnachfragefunktion

7.3 Empirische Ergebnisse vor und nach der Euroeinführung

7.4 Strukturbruchtests

7.5 Anwendung der Strukturbruchtests bei der Geldnachfragefunktion

7.6 Autokorrelation

7.7 Heteroskedastizität

7.1 Einführung

In dieser Übung geht es um ökonometrische Testverfahren zur Ermittlung von Strukturbrüchen sowie zur Feststellung von Autokorrelation und Heteroskedastizität bei den Residuen. Diese Tests sind wichtig, da das Modell der Regressionsanalyse nur dann zuverlässige statistische Schlussfolgerungen zulässt, wenn bestimmte Annahmen erfüllt sind:

- Anforderung an die Residuen:

$$\varepsilon_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

- ε_t sind identisch unabhängig verteilt
- ε_t sind normalverteilt
- $E(\varepsilon_t|X) = 0$

erfüllt wenn ...

- ... alle relevanten Variablen berücksichtigt werden
- ... kein Strukturbruch vorliegt: Die Parameter des Modells bleiben im Zeitverlauf konstant
- ... Homoskedastizität vorherrscht: Konstante Varianz der Residuen
- ... Keine Autokorrelation vorliegt: Residuen korrelieren nicht miteinander („weißes Rauschen“)

- Anzahl der erklärenden Variablen < Anzahl der Beobachtungen
- Keine Multikollinearität: Zwischen den erklärenden Variablen besteht keine lineare Abhängigkeit

⇒ Werden diese Annahmen verletzt, liefert die KQ-Methode nicht mehr den BLUE-Schätzer.

Am Beispiel der Geldnachfragefunktion werden verschiedene ökonometrischen Testverfahren auf Strukturbruch angewendet. Dabei wird untersucht, ob die Einführung des Euro zu einem Strukturbruch der Geldpolitik geführt hat. Darüber hinaus wird auf das Problem der Autokorrelation und der Homoskedastizität eingegangen.

7.2 Die Geldnachfragefunktion

Am 01.01.1999 ging mit der Einführung des Euro die geldpolitische Verantwortung von den nationalen Notenbanken (NB) auf die Europäische Zentralbank (EZB) über. Zuvor konnten die NB auf konjunkturelle Situationen (Rezession, Boom) gemäß der eigenen nationalen Kriterien (regelgebunden oder diskretionär) geldpolitisch reagieren. Seit der Euroeinführung gilt eine von der EZB getroffene Maßnahme für alle Länder des Euroraums.

⇒ Frage: Hat die Euroeinführung zu einem Strukturbruch in der Geldpolitik geführt?

⇒ Empirisches Modell (Ökonomische Theorie, Daten, ökonometrische Methoden)

Ökonomische Theorie:

Annahme: Geldangebot = Geldnachfrage (vor allem abhängig von Einkommen und Zinsniveau)

Es gilt:

$$L^d(Y \cdot P, Z) = M$$

L^d : Geldnachfrage

Y : Einkommen

P : Preisniveau

Z : Zins

M : Geldmenge

Bis zur Einführung des Euro galt:

$$L_d^d(Y_d \cdot P_d, Z_d) = M_d \quad \text{Geldmenge für Deutschland}$$

$$L_f^d(Y_f \cdot P_f, Z_f) = M_f \quad \text{Geldmenge für Frankreich}$$

...

Seit Januar 1999 gilt:

$$L_{Euro}^d(\sum_{i=1}^n Y_i \cdot P_i, Z_{Euro}) = M_{Euro}$$

Daten:

- Als endogene Variable kommen die Geldmenge M1 (Bargeld + Sichteinlagen), M2 (M1 + Termineinlagen) und M3 (M2 + Spareinlagen) in Frage.
- Als erklärende Variable für den Zins kann entweder ein kurzfristiger (Z3: 3 Monatszins) oder ein langfristiger Zins (ZWP: Wertpapierzins) gewählt werden.
- Als erklärende Variable für das Einkommen kann vereinfachend das BIP von Deutschland genommen werden.

Als **empirisches Modell** dient vereinfachend (nur auf Deutschland bezogen):

$$M = e^{\beta_1} \cdot bip^{\beta_2} \cdot e^{\beta_3 \cdot z}$$

bzw.

$$\log(M) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log(bip) + \beta_3 \cdot z$$

Beim Koeffizienten des Bruttoinlandsprodukts β_2 liegt eine Elastizität vor.

Beim Zins liegt eine Semi-Elastizität vor, da der Logarithmus nur bei der endogenen Variable vorliegt.

Bei der Strukturbruchuntersuchung werden über den Zeitraum von 1991:1 bis 2012:1 die folgenden Variablen gewählt:

Endogene Variable: saisonbereinigte Geldmenge M3

Exogene Variablen: langfristiger Wertpapierzins (ZWP)

 Saison- und Kalenderbereinigtes BIP

7.3 Empirische Ergebnisse vor der Euroeinführung

```

=====
Dependent Variable: LOG(M3)
Method: Least Squares
Sample: 1991Q1 1998Q4
Included observations: 32
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-2.491974	0.881803	-2.825997	0.0084
LOG(BIP_K_S)	1.557997	0.139359	11.17975	0.0000
ZWP3	-0.019068	0.005799	-3.288363	0.0026

```

=====
R-squared          0.980080      Mean dependent var 6.892384
Adjusted R-squared 0.978706      S.D. dependent var 0.160224
S.E. of regression 0.023381      Akaike info crit. -4.584752
Sum squared resid  0.015853      Schwarz criterion -4.447339
Log likelihood     76.35603      Hannan-Quinn crit.-4.539204
F-statistic        713.3960      Durbin-Watson stat 0.715450
Prob(F-statistic) 0.000000
=====

```

- Die Daten für Deutschland wurden ab 1991:1 verwendet, um Probleme im Zusammenhang mit der Wiedervereinigung zu vermeiden.
- Der Wert für das korrigierte Bestimmtheitsmaß ist mit 0,98 sehr nahe bei 1.
- Die t -Statistiken sind für alle Variablen signifikant ($>|2|$) und damit signifikant von Null verschieden.
- Wenn das Bruttoinlandsprodukt um 1 Prozent höher liegt, so liegt die Geldnachfrage um 1,56 Prozent höher.
- Wenn der Zinssatz um einen Prozentpunkt höher liegt, liegt die Geldnachfrage um etwa 1,9 Prozent niedriger.
- Die Konstante C ist ein Skalierungsparameter.

Empirische Ergebnisse nach der Euroeinführung

Dependent Variable: LOG(M3)

Method: Least Squares

Sample: 1999Q1 2008Q1

Included observations: 37

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-3.292182	0.243407	-13.52540	0.0000
LOG(BIP_K_S)	1.701736	0.038362	44.35982	0.0000
ZWP3	-0.023736	0.002835	-8.371437	0.0000

R-squared	0.984667	Mean dependent var	7.344065
Adjusted R-squared	0.983765	S.D. dependent var	0.110575
S.E. of regression	0.014089	Akaike info crit.	-5.609239
Sum squared resid	0.006749	Schwarz criterion	-5.478624
Log likelihood	106.7709	Hannan-Quinn crit.	-5.563191
F-statistic	1091.728	Durbin-Watson stat	0.836563
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Um Verzerrungen durch die Finanzkrise zu vermeiden, wurde der Zeitraum 1999:1 bis 2008:1 für die Zeit nach der Euroeinführung gewählt.
- Der Wert für das korrigierte Bestimmtheitsmaß ist mit über 0,98 sehr nahe bei 1 und etwas höher als in der Zeit vor der Euroeinführung.
- Die t -Statistiken sind für alle Variablen signifikant.
- Wenn das Bruttoinlandsprodukt 1 Prozent höher liegt, so liegt die Geldnachfrage nun mit 1,70 Prozent höher.
- Wenn der Zinssatz einen Prozentpunkt höher liegt, liegt die Geldnachfrage um etwa 2,4 Prozent niedriger.

Schlussfolgerung aus den Schätzungen vor- und nach der Euroeinführung:

- Die Koeffizienten von Bruttoinlandsprodukt und Zins sind nicht identisch.

⇒ Zufällig oder signifikant?

7.4 Strukturbruchtests

- Strukturbruch bedeutet, dass sich die Struktur (die Koeffizienten, die Standardabweichung) des Modells über die Zeit (oder im Querschnitt z.B. mit der Unternehmensgröße) ändert.
- **Wald-Test** mit **Dummy-Variablen**:
 - Dummy-Variablen nehmen den Wert Null oder Eins an.
 - Beispiele: Geschlecht-, Region-, Zeit-, Saisondummys
 - Untersuchung der Dummyvariablen auf Signifikanz.
- Schätzung des Modells mit Dummy-Variablen, mit anschließendem gemeinsamen Test auf Signifikanz der Dummyterme:

$$F_{q,T-k} = \frac{SSR_R - SSR_{UR}}{SSR_{UR}} \cdot \frac{T - k}{q}$$

T : Anzahl der Beobachtungen

k : Zahl der Koeffizienten

q : Zahl der Restriktionen

SSR_R : Summe der Fehlerquadrate des restringierten Modells, d.h. gleiche Koeffizienten in den Teilperioden

SSR_{UR} : Summe der Fehlerquadrate des unrestringierten Modells (signifikante Dummyterme)

- **Chow-Test**:

- Schätzung des Modells für die Zeit vor dem Strukturbruch, nach dem Strukturbruch, für die gesamte Zeitperiode. Die dazugehörige F -Statistik:

$$F_{k,T-2k} = \frac{SSR_R - (SSR_1 + SSR_2)}{SSR_1 + SSR_2} \cdot \frac{T - 2k}{k}$$

SSR_i : Summe der Fehlerquadrate in Teilperiode i

- Der Chow-Test teilt den Zeitraum in zwei Teilperioden und berechnet die Summe der Fehlerquadrate für beide Teilperioden separat.
- Ist die Summe der Fehlerquadrate für den gesamten Zeitraum signifikant höher als die Summe der Fehler der beiden Teilperioden, liegt ein Strukturbruch vor.
- Der Zeitpunkt, an dem sich das Modell möglicherweise geändert hat, muss bekannt sein.
- Dieser Test ist bei Zeitreihendaten sinnvoll, nicht bei Querschnittsdaten.

- Alternativ: **Chow Vorhersage Test**:

- Schätze das Modell für die Periode bis zum Strukturbruch.
- Berechne auf der Basis dieser Schätzgleichung eine Vorhersage für die Zeitperiode nach dem Strukturbruch.
- Untersuche, ob die Abweichungen signifikant größer sind (F -Test oder χ^2 -Test).
- Vorteil: Dieser Test liefert auch sinnvolle Ergebnisse, wenn der Strukturbruch noch nicht lange zurückliegt.

- Rekursive Schätzungen:
 - Rekursive Schätzungen sind eine hilfreiche Möglichkeit, um strukturelle Veränderungen in der Modellgleichung zu untersuchen.
 - Vorgehensweise:
 - * Schätze die Modellgleichung für ein kurzes Sample am Anfang des Beobachtungszeitraums.
 - * Berechne aus den geschätzten Koeffizienten und den exogenen Variablen eine Vorhersage für die nächste Periode.
 - * Bestimme den Vorhersagefehler (das sogenannte rekursive Residuum).
 - * Verlängere das Sample um eine Periode.
 - * ... usw.
 - Man kann sich die Koeffizienten der rekursiven Schätzungen und deren Entwicklung ansehen.
 - * Erlaubt eventuell die Eingrenzung der Ursache für einen Strukturbruch.
- CuSum-Test:
 - Cumulated Sum of recursive Residuals.
 - Berechnung der kumulierten Summe der rekursiven Residuen.
 - Wenn beispielsweise die rekursiven Residuen immer bzw. (sehr häufig) positiv sind, ist das ein Zeichen für einen Strukturbruch in der Gleichung.
 - Für die Summe der Residuen kann ein Konfidenzband berechnet werden.
 - Über- oder unterschreitet die Summe der Residuen das Konfidenzband, liegt ein signifikanter Strukturbruch vor.
- CuSum²-Test:
 - Aufsummierung der Quadrate der rekursiven Residuen.
 - Über- oder unterschreitet diese Summe das Konfidenzband, dann liegt eine signifikante Änderung der Varianz der Residuen vor.

7.5 Anwendung der Strukturbruchttests bei der Geldnachfragefunktion

```

=====
Dependent Variable: LOG(M3)
Method: Least Squares
Sample: 1991Q1 2008Q1
Included observations: 69
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.769305	0.315366	-15.12308	0.0000
LOG(BIP_K_S)	1.929021	0.048731	39.58509	0.0000
ZWP3	-0.014415	0.003294	-4.375862	0.0000

```

=====
R-squared          0.988499      Mean dependent var 7.134589
Adjusted R-squared 0.988150      S.D. dependent var 0.263929
S.E. of regression 0.028730      Akaike info crit. -4.219218
Sum squared resid  0.054479      Schwarz criterion -4.122082
Log likelihood     148.5630      Hannan-Quinn crit.-4.180681
F-statistic        2836.255      Durbin-Watson stat 0.368945
Prob(F-statistic) 0.000000
=====

```

Erzeugt wurde die Variable *BIP_K_S* mit Daten des Bruttoinlandsproduktes für DM-Zeiten (1991:1 – 1998:4) und Daten für Euro Zeiten (1999:1 – 2008:1). Der Koeffizient für diese Variable gilt nur bei Strukturkonstanz!

DM (1991:1-1998:4)

$$\log(M3) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(bip_K_S) + \alpha_3 \cdot zwp3$$

Euro (1999:1-2008:1)

$$\log(M3) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log(bip_K_S) + \beta_3 \cdot zwp3$$

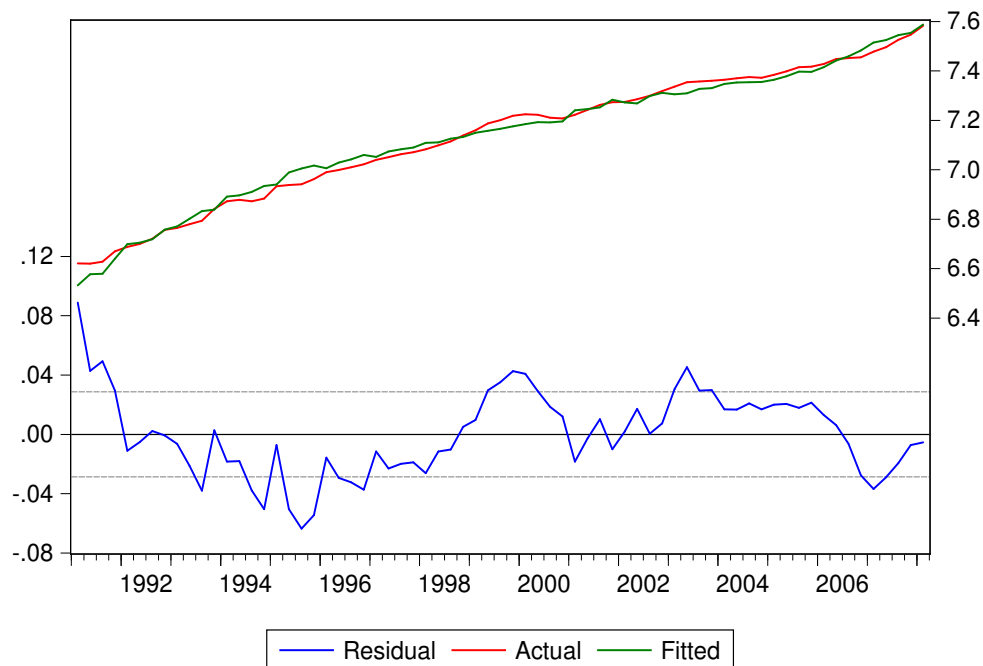
Allgemeines Modell:

$\alpha_i \neq \beta_i$, d.h. Strukturbruch

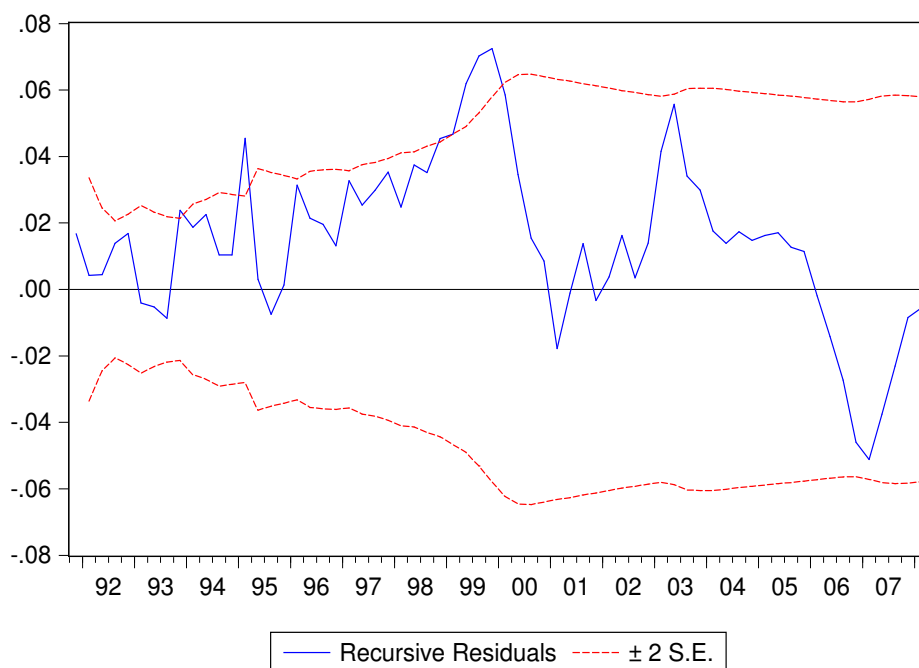
Spezielles Modell:

$\alpha_i = \beta_i$, d.h. Strukturkonstanz

Ein **Strukturbruch** zum Zeitpunkt 1999:1 scheint bei einer Betrachtung der Residuen zumindest möglich zu sein.



Diese Vermutung wird durch die rekursiven Residuen (*View - Stability Diagnostics - Recursive Estimates - Recursive Residuals*) verstärkt, da zu diesem Zeitpunkt die rekursiven Residuen das Konfidenzband (± 2 SD) verlassen.



Bei Anwendung des Chow-Breakpoint Tests (*View - Stability Diagnostics - Chow-Breakpoint-Test*) zum Zeitpunkt 1999:1 werden die Vermutungen bestätigt. Die Hypothese auf Strukturkonstanz muss hier verworfen werden, da der Prob-Wert der *F*-Statistik kleiner als die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha=0,05$ ist.

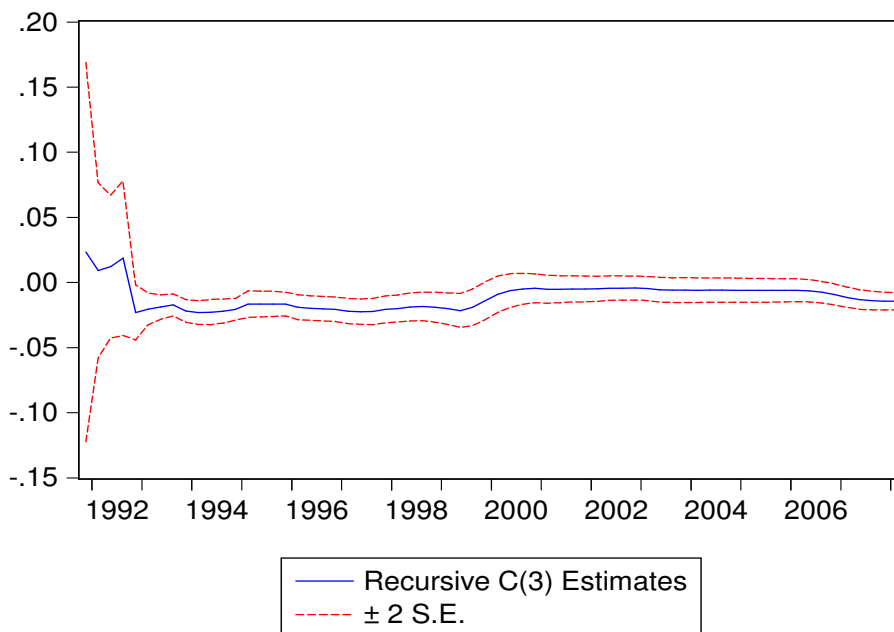
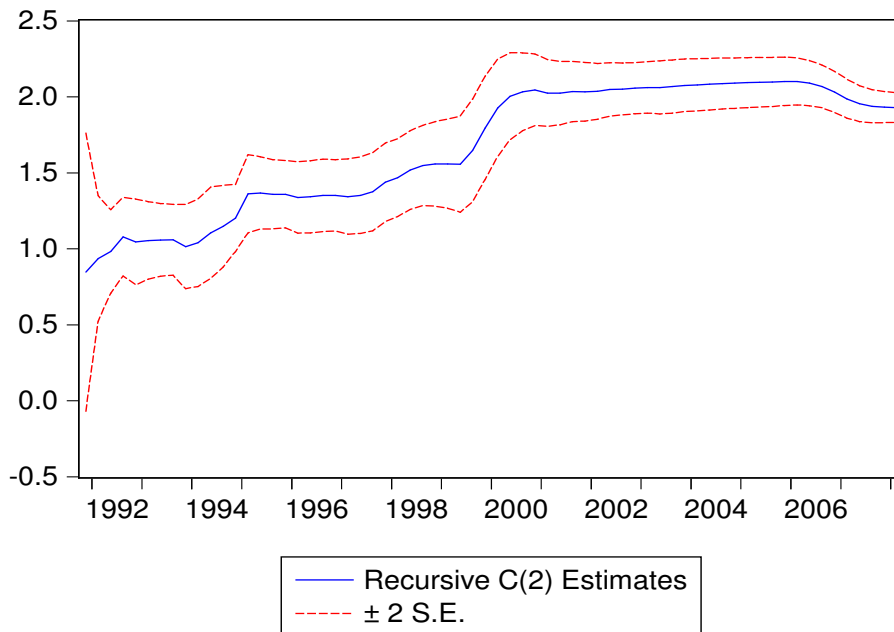
```
=====
Chow Breakpoint Test: 1999Q1
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints
Varying regressors: All equation variables
Equation Sample: 1991Q1 2008Q1
=====
F-statistic          29.61725   Prob. F(3,63)       0.0000
Log likelihood ratio 60.70413   Prob. Chi-Square(3) 0.0000
Wald Statistic       88.85174   Prob. Chi-Square(3) 0.0000
=====
```

Wird das Sample bis 2012:1 erweitert, so kann mit dem Chow-Forecast-Test (*View – Stability Diagnostics – Chow-Forecast-Test*) der durch die Finanzkrise verursachte Strukturbruch im Jahr 2008 festgestellt werden.

```
Chow Forecast Test
Specification: LOG(M3) C LOG(BIP_K_S) ZWP3
Test predictions for observations from 2008Q2 to 2012Q1
=====
                Value          df          Probability
F-statistic     5.671048      (16, 66)         0.0000
Likelihood ratio 73.51761         16              0.0000
=====
```

- Zusätzlich wird ein CuSum-Test durchgeführt.
- Die Koeffizienten werden für ein kurzes Sample geschätzt.
- Dann wird das Sample jeweils um eine Periode verlängert und die Koeffizienten neu geschätzt.
- Dieses Vorgehen empfiehlt sich vor allem dann, wenn der Zeitpunkt eines Strukturbruchs nicht bekannt ist.

- Unter *Recursive Estimates* und der Zusatzeinstellung *Recursive Coefficients* ergibt die Schätzung der Koeffizienten für das Bruttoinlandsprodukt und den Zinssatz das folgende Schaubild.



- Der Koeffizient des Bruttoinlandsprodukts (C(2)) ist nach der Euroeinführung signifikant größer (+/- zweifacher SD) als der Koeffizient vor der Euroeinführung.
- Für den Zinssatz kann keine sichere Aussage getroffen werden.

7.6 Autokorrelation

- Das **Problem der Autokorrelation**:

- Die Fehler ε dürfen nur zufällig sein, d.h. keine Systematik aufweisen.
- Insbesondere dürfen sie nicht systematisch von Vorgängerfehlern abhängen.
- $\varepsilon_t = \rho \cdot \varepsilon_{t-\tau} + \mu_t$
 - * ρ : Autokorrelationskoeffizient
 - * μ : zufällige Komponente
 - * t : Zeitindex
 - * τ : Lag (Verzögerung)
- Wenn die Nullhypothese $\rho = 0$ verworfen wird, liegt Autokorrelation der Residuen vor.
- In diesem Fall sind die Koeffizienten in statischen Modellen unverzerrt und konsistent, aber nicht mehr effizient, d.h. nicht mehr der beste lineare Schätzer. In dynamischen Modellen können die Schätzer verzerrt und nicht konsistent sein.

- **Durbin-Watson-Test**:

- Dieser Test überprüft nur das Problem der Autokorrelation zum ersten Vorgänger und ist nur bei statischen Modellen einsetzbar. Die Teststatistik lautet:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}$$

- * Sind die Residuen positiv autokorreliert, so ergibt sich ein Wert nahe Null. Bei negativer Autokorrelation ergibt sich ein Wert nahe Vier.
- * Wählt man ein Signifikanzniveau von 5%, so kann die Nullhypothese, dass keine Autokorrelation vorliegt, verworfen werden, wenn der DW -Wert kleiner 1,6 oder größer 2,4 ist.

- Breusch-Godfrey-Test:

- Dieser Test ist sowohl bei dynamischen Modellen als auch bei mehr als einem Lag anwendbar.
- Es wird getestet, ob neben den erklärenden Variablen auch die verzögerten Residuen Einfluss auf die aktuellen Residuen haben.
- Im Anschluss an die Schätzung kann dieser Test unter (*View - Residual Diagnostics - Serial Correlation LM Test*) in EViews durchgeführt werden.
- Bei *Lags to include* wird die Anzahl der Lags angegeben, die auf Autokorrelation überprüft werden.
- Bei Quartalsdaten sollte die Anzahl nicht kleiner als 12 (3 Jahre) sein.

Die Geldnachfragefunktion des gesamten Zeitraums wird für 12 Lags auf Autokorrelation untersucht.

Zur Überprüfung der Nullhypothese $\rho = 0$ wird, die *Obs*R-squared*-Statistik genutzt. Da der Probability-Wert kleiner als die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$ ist, kann die Nullhypothese verworfen werden.

```
=====
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:
=====
F-statistic          6.586404  Prob. F(12,54)          0.0000
Obs*R-squared       40.99272  Prob. Chi-Square(12)    0.0000
=====
```

7.7 Heteroskedastizität

- Heteroskedastizität bedeutet, dass die Varianz der Störvariablen ε nicht konstant ist.
- Eine gleichbleibende Varianz der Störvariable heißt Homoskedastizität.
- **Konsequenzen** der Heteroskedastizität:
 - Die Standardfehler der Koeffizienten sind verzerrt.
 - Daher weisen die Testfunktionen der t -Statistik und des F -Tests nicht mehr die unterstellten Verteilungen auf.
 - Bei der Testentscheidung beruft man sich auf eine falsche Irrtumswahrscheinlichkeit.
 - Die Koeffizienten können weiterhin unverzerrt sein.
- **White-Test**:
 - In EViews werden unter *View - Residual Diagnostics - Heteroskedasticity Tests - White* zwei Formen des White-Tests auf Heteroskedastizität angeboten.
 - Der White-Test geht von der Nullhypothese der Homoskedastizität aus.
 - Wählt man die Spezifikation *Include White cross terms* ergibt sich bei einer Schätzung mit zwei exogenen Variablen x_1 und x_2 die Schätzgleichung:
$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_1^2 + \beta_4 \cdot x_2^2 + \beta_5 \cdot x_1 \cdot x_2 + \varepsilon_t'$$
 - Die Nullhypothese lautet:
$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0.$$
 - Wählt man die Spezifikation ohne *Include White cross terms* ergibt sich die Schätzgleichung:
$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1^2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + \varepsilon_t'$$

Die Geldnachfragefunktion wird für den gesamten Zeitraum 1991:1-2008:1 auf Heteroskedastizität untersucht.

- Zur Überprüfung der Nullhypothese wird die *Obs*R-squared*-Statistik genutzt. Da der Probability-Wert kleiner als die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$ ist, kann die Nullhypothese verworfen werden.

```
=====
Heteroskedasticity Test: White
=====
F-statistic          4.037728    Prob. F(5,63)          0.0031
Obs*R-squared        16.74527    Prob. Chi-Square(5)    0.0050
=====
```

- Bei Vorliegen von ökonometrischen Problemen wie Autokorrelation oder Heteroskedastizität sollte man die Ursache herausfinden, um mit diesem Problem geeignet umzugehen.
- Ursache können z.B. eine unzureichende Modellierung, eine falsche Form der Regressionsfunktion, Strukturbrüche oder Ausreißer in den Daten sein.