



Übung 7

Erweiterungen des Solow-Modells

- 1 Wiederholung des Solow-Modells
- 2 Bevölkerungswachstum
- 3 Technischer Fortschritt
- 4 Zusammenfassung

Literatur

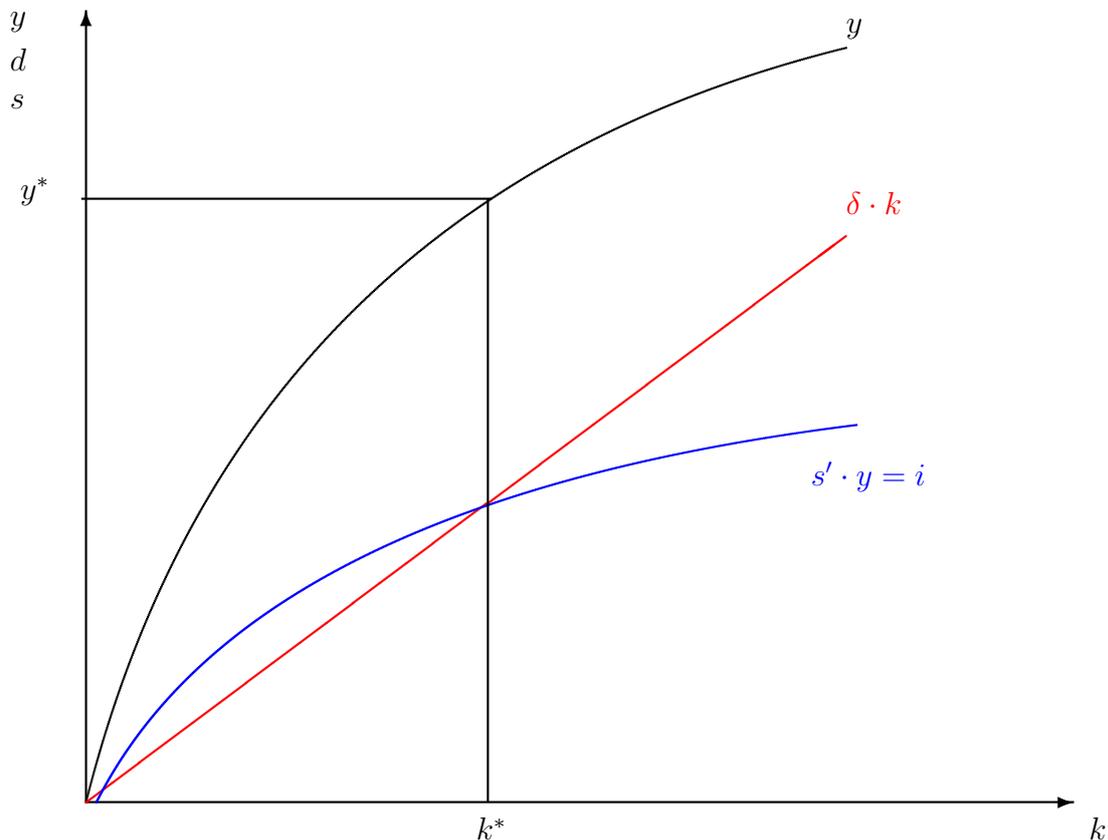
Mankiw, N.G., *Makroökonomik*, Auflage 6. Stuttgart, Schäffer-Poeschel, 2011, Kapitel 7 und Kapitel 8 (bis 8.4).

Barro, R.J., Sala-i-Martin, X., *Wirtschaftswachstum*, München, Oldenbourg, 1998, Einführung + Kapitel 1.

1 Wiederholung des Solow-Modells

- **Cobb-Douglas-Produktionsfunktion** $y = \frac{Y}{L} = A \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha = A \cdot k^\alpha$
 - A : Technologie
 - Y : Produktion
 - K, L : Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit
 - $\alpha, 1 - \alpha$: Produktionselastizitäten, wobei $\alpha < 1$
 - $\frac{Y}{L}$: Arbeitsproduktivität
 - $\frac{K}{L}$: Kapitalintensität
- **Die Nachfrageseite** $y = c + s' \cdot y$
 - c : Konsum
 - s : Sparen $s = s' \cdot y$ mit der Sparquote s' :
- **Die Investitionen** $i = s' \cdot y$
 - i : Pro-Kopf-Investitionen
- **Änderung des Pro-Kopf-Kapitalstock** $\Delta k_{t+1} = i_t - \delta \cdot k_t$
 - Der Kapitalstock steigt durch Investitionen i
 - Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen $d = \delta \cdot k$

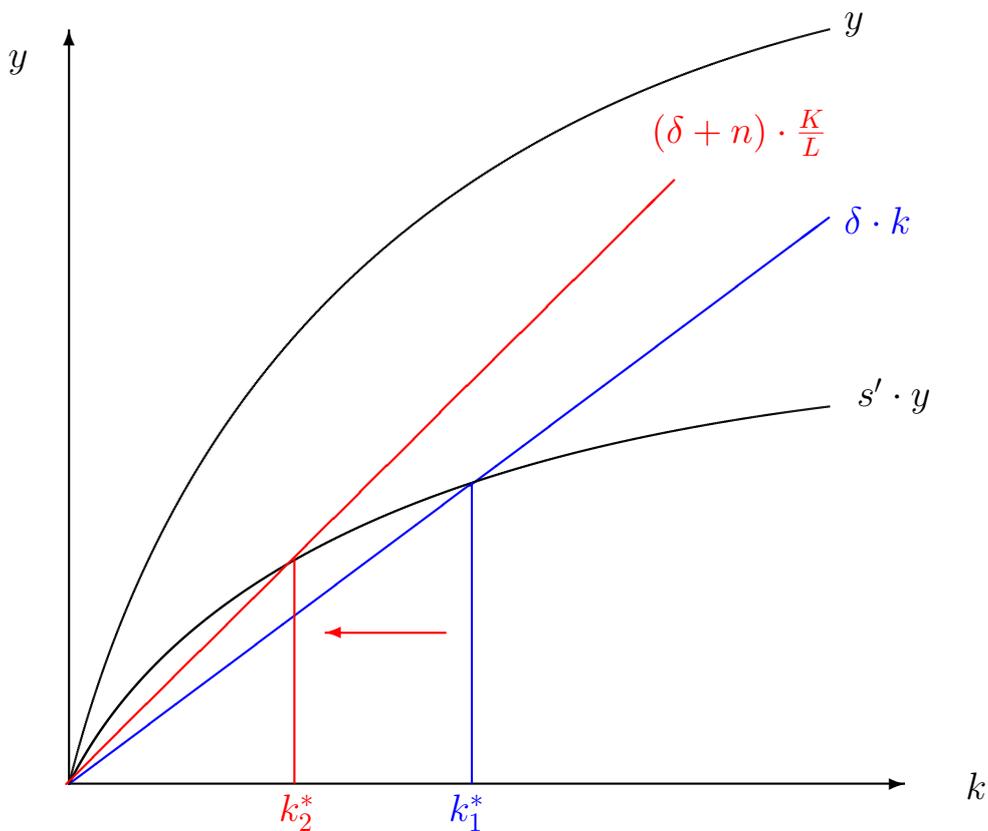
Das Gleichgewicht: $y^* = A \cdot (k^*)^\alpha$



2 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

ohne technologischen Fortschritt

- Bisherige Annahme des Bevölkerungswachstums von $n = 0$ wird aufgehoben.
- Eine positive **Wachstumsrate der Bevölkerung** n führt dazu, dass der Kapitalstock K auf mehr Personen $L(1 + n)$ verteilt werden muss:
Soll der Pro-Kopf-Kapitalstock $k = K/L$ gleich bleiben, muss der Kapitalstock auch um n wachsen.
- Die Änderung des Kapitalstocks: $\Delta \frac{K}{L} = \frac{I}{L} - (\delta + n) \cdot \frac{K}{L} \quad \Leftrightarrow \Delta k = i - (\delta + n) \cdot k$



- Länder mit hohem Bevölkerungswachstum haben bei sonst gleichen Voraussetzungen einen geringeren Lebensstandard.
- Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen Pro-Kopf-Output und Bevölkerungswachstum.
- Der Gesamtoutput steigt mit dem Bevölkerungswachstum $Y(L,K)$.

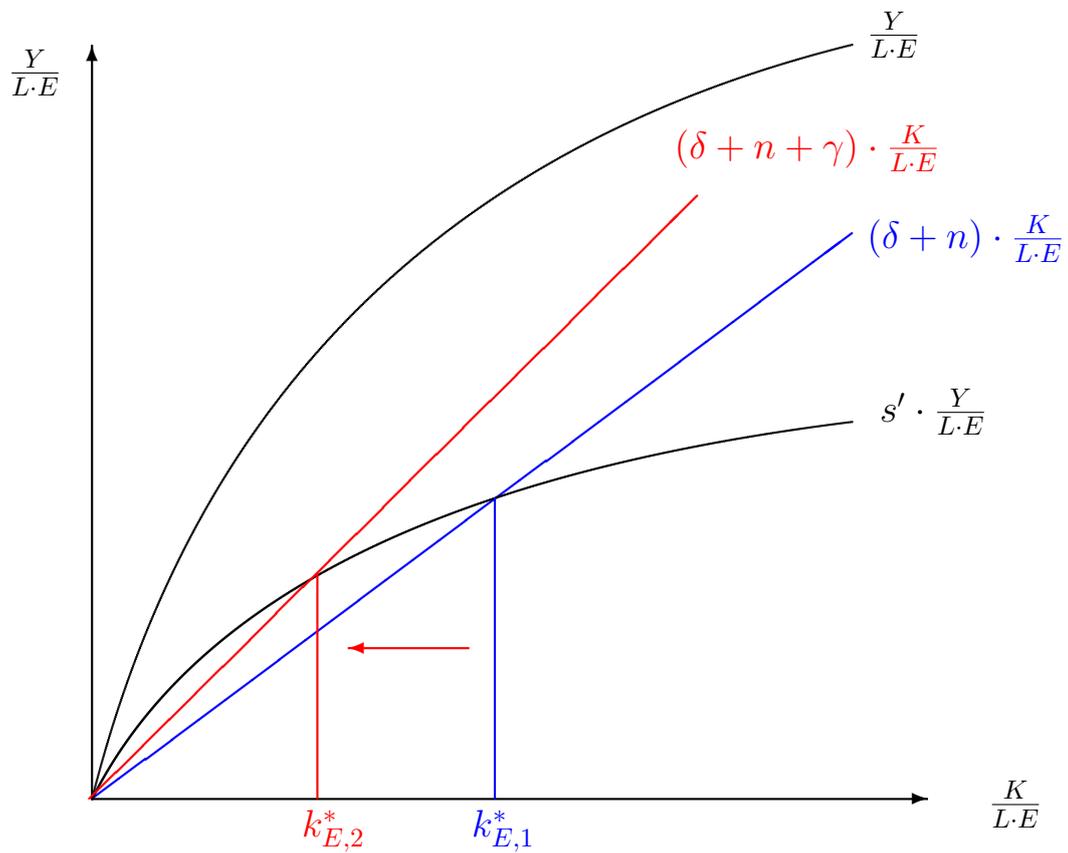
⇒ Dauerhaftes pro-Kopf-Wachstum (y) kann das Solow-Modell nicht erklären!

⇒ Dauerhaftes Wachstum (des BIP= Y) kann das Solow-Modell erklären!

3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

und mit technologischen Fortschritt

- Die **Arbeitseffizienz E** spiegelt das Wissen einer Gesellschaft bezüglich Produktionsmethoden wider.
- Fortschritte der verfügbaren Technologie schlagen sich in einer Zunahme der Arbeitseffizienz nieder (Bsp. PC im Büro).
- Die Produktionsfunktion: $Y(K, L \cdot E)$
- Annahme: Zuwachs der Arbeitseffizienz E mit einer **konstanten Rate γ** .
- Da das Arbeitsvolumen L mit der Rate n und die Effizienz E mit der Rate γ steigt, erhöht sich das in Effizienzeinheiten gemessene Arbeitsvolumen $L \cdot E$ mit einer Rate von $n + \gamma$.
- Es wird zusätzliches Kapital benötigt, um die zusätzlichen Effizienzeinheiten mit Kapital auszustatten.
- Der Kapitalstock pro Effizienzeinheit: $k_E = K/(L \cdot E)$
Soll der Pro-Effizienzeinheit-Kapitalstock $k_E = K/(L \cdot E)$ gleich bleiben, muss er auch um $n + \gamma$ wachsen.
- Änderung des Kapitalstocks: $\Delta k_E = i - (\delta + n + \gamma)k_E$
- Steady State Bedingung $\Delta k_E = 0 \Leftrightarrow i = (\delta + n + \gamma)k_E$
- Die Produktion pro Effizienzeinheit $y_E = Y/(L \cdot E)$ wächst im steady state nicht mehr.
- Die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens $y = Y/L$ ist γ
- Die Wachstumsrate des Einkommens Y ist $n + \gamma$



⇒ Das Solow-Modell mit technologischem Fortschritt kann dauerhaftes Pro-Kopf-Wachstum erklären!

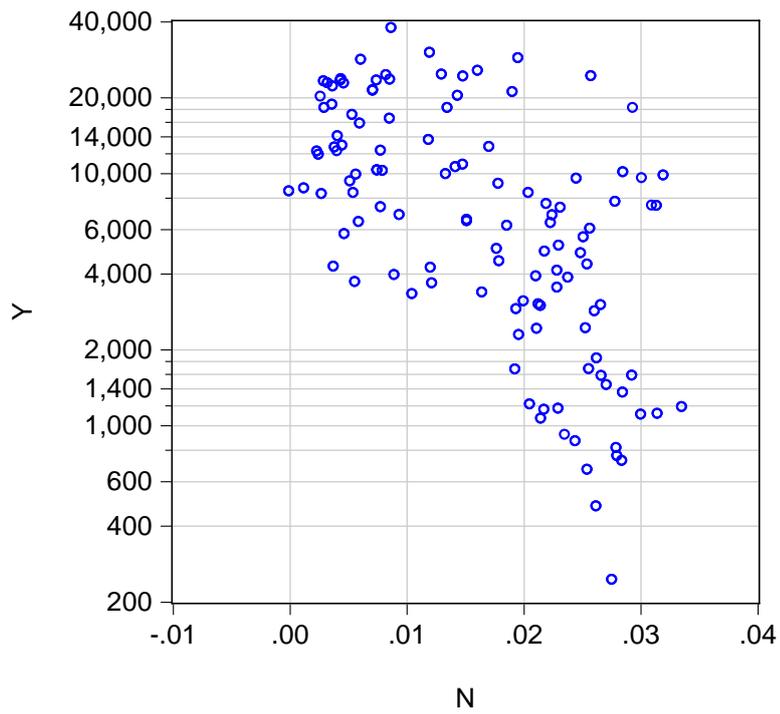
4 Schlußbemerkung

Dauerhaftes Wachstum kann nicht mittels Kapitalakkumulation erklärt werden.

Dauerhaftes Wachstum kann nur durch technologischen Fortschritt erklärt werden. Dieser wächst im Solow-Modell mit der exogenen Variablen γ .

Technologische Neuerungen fallen also vom Himmel!?

Pro-Kopf-Einkommen und Bevölkerungswachstum



Auswahl von Ländern weltweit
Pro-Kopf Einkommen 2009, durchschnittliches Bevölkerungswachstum 1950–2009