3.3 Kapitalbestand und Investitionen

Langfristige Anpassung: Substitution und Kapazitäten

Die Annahmen des Modells

Die Nachfrage bestimmt sich aus einer logarithmisch linearen Nachfragekurve

$$YD = p^{\eta} \cdot Z \quad \text{bzw.} \quad \ln YD = \eta \cdot \ln p + \ln Z \tag{7}$$

Produziert wird mit einer Cobb/Douglas Produktionsfunktion

$$YP = YP(K, L, A) = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} \tag{8}$$

Endogene Variable

Produktion Y, Preis p, Kapitaleinsatz K, Arbeitseinsatz L

Exogene Variable

Lohnsatz w, Kapitalnutzungskosten c, Nachfrageniveauparameter Z, Preiselastizität der Nachfrage η, totale Faktorproduktivität A, Produktionselastizitäten $\alpha, 1-\alpha$

Vereinfachende Annahme

Es wird unterstellt, dass der Kapitalbestand und die Kapitalintensität angepasst werden können, also nicht wie vorher unterstellt fix sind

- *Dann ist es nicht optimal, den Kapitalbestand nicht voll auszulasten ($\Rightarrow Y = YP$)*
- *Es ist auch nicht optimal, die Nachfrage nicht zu befriedigen ($\Rightarrow Y = YD$)*

Gewinnmaximierung

Das Unternehmen maximiert den Gewinn,
der sich als Umsatz abzüglich der Produktionskosten ergibt

$$\max_{\rightarrow Y,p,K,L} \quad p \cdot Y - w \cdot L - c \cdot K \tag{9}$$

w: *Lohnsatz,*
c: *Kapitalnutzungskosten*

Der Umsatz bestimmt sich als Produkt von Preis p und realer Produktionsmenge Y, die Produktionskosten setzen sich aus Arbeits- und Kapitalkosten zusammen $(w \cdot L + c \cdot K)$

Die Bestimmung der optimalen Faktoreinsatzmengen erfolgt durch die Ableitung des Gewinns nach den Faktoreinsatzmengen Kapital und Arbeit

Im Optimum muss diese Ableitung gerade gleich 0 sein, d.h. es darf sich nicht mehr lohnen, die Faktoreinsatzmengen zu verändern

$$\frac{\partial \text{Gewinn}}{\partial L} = \left(\frac{\partial p}{\partial Y} \cdot Y + p\right) \cdot \frac{\partial Y}{\partial L} - w = 0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \text{Gewinn}}{\partial K} = \left(\frac{\partial p}{\partial Y} \cdot Y + p\right) \cdot \frac{\partial Y}{\partial K} - c = 0 \tag{11}$$

Im Optimum wird der Grenzertrag (Grenzumsatz) den Grenzkosten gleichgesetzt

- *Eine Einheit K verursacht Grenzkosten in Höhe der Kapitalnutzungskosten c*
- *Mit diesem Kapital kann $\partial Y/\partial K$ mehr produziert werden (reales Grenzprodukt des Kapitals)*
- *Diese höhere Produktionsmenge Y ergibt mehr Umsatz in Höhe des Preises p*
- *Das Unternehmen muss aber einen Preisabschlag für den höheren Absatz aufgrund der negativen Neigung der Nachfragekurve in Kauf nehmen*
- *Dieser Abschlag bestimmt sich aus dem Inversen der Preiselastizität der Nachfrage*

  $$\frac{\partial p(Y)/p(Y)}{\partial Y/Y} = 1/\eta.$$

  Mehr Absatz ist nur möglich bei einer Reduktion des Preises

Ausklammern von p und Einsetzen der Preiselastizität der Nachfrage (aus der Nachfragefunktion) und der Grenzprodukte der Produktionsfaktoren (aus der Produktionsfunktion) ergibt

$$p \cdot (1 + 1/\eta) \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{Y}{L} - w \;=\; 0 \qquad (12)$$

$$p \cdot (1 + 1/\eta) \cdot \alpha \cdot \frac{Y}{K} - c \;=\; 0 \qquad (13)$$

Diese beiden Gleichungen (Optimalitätsbedingungen) können als Ausgangspunkt für die weitere Analyse verwendet werden

Auflösen der Gleichungen nach den Faktorproduktivitäten führt zu

$$\text{Arbeitsproduktivität:} \quad \frac{Y}{L} = \frac{w}{p} \cdot \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{1+1/\eta} \tag{14}$$

$$\text{Kapitalproduktivität:} \quad \frac{Y}{K} = \frac{c}{p} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{1+1/\eta} \tag{15}$$

Die optimalen Faktorproduktivitäten bestimmen sich also in Abhängigkeit

- *von den realen Preisen der Produktionsfaktoren* $w/p, c/p$
- *der Intensität des Wettbewerbs auf dem Absatzmarkt* η
- *und den Produktionselastizitäten der Faktoren* $\alpha, 1-\alpha$

Dividieren der Gleichungen führt zu

$$k = \frac{K}{L} = \frac{w}{c} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{16}$$

Die optimale Kapitalintensität k wird bestimmt

- *durch die relativen Preise der Produktionsfaktoren* w/c
- *und durch die relativen Produktionselastizitäten der Produktionsfaktoren* $\alpha/(1-\alpha)$
- *Höhere relative Preise führen zu einem gleich hohen prozentualen Rückgang der Faktorintensitäten, eine höhere relative Produktionselastizität führt zu einem gleich hohen Anstieg der Faktorintensitäten*

Hinweis:

Das heißt, dass die Höhe der Nachfrage Z*, die Preiselastitizät der Nachfrage* η*, der Preis* p *und die totale Faktorproduktivität* A *keinen Einfluss auf die Substitutionsentscheidung haben*

Die Substitutionsentscheidung bestimmt auch die $\boxed{\text{Einkommensverteilung}}$, d.h. den Anteil der Faktoreinkommen am Gesamtprodukt

$$\text{Lohnquote:} \quad \frac{w \cdot L}{p \cdot Y} = (1 + 1/\eta) \cdot (1 - \alpha) \tag{17}$$

$$\text{Kapitaleinkommensquote:} \quad \frac{c \cdot K}{p \cdot Y} = (1 + 1/\eta) \cdot \alpha \tag{18}$$

- *Der Anteil der Löhne an den Gesamtkosten wird bestimmt durch die Produktionselastizität der Arbeit, er beträgt* $1 - \alpha$

  Der Anteil der Löhne am Umsatz ist geringer auf Grund des unvollständigen Wettbewerbs

- *Der Anteil der Kapitalkosten an den Gesamtkosten wird bestimmt durch die Produktionselastizität des Kapitals, er beträgt* α

  Der Anteil der Kapitaleinkommen am Umsatz ist geringer auf Grund des unvollständigen Wettbewerbs

- *Der Anteil der Gesamtkosten* $w \cdot L + c \cdot K$ *am Umsatz* $p \cdot Y$ *wird bestimmt durch die Wettbewerbsintensität auf dem Absatzmarkt*

$$\text{Anteil der Kosten am Umsatz:} \quad \frac{w \cdot L + c \cdot K}{p \cdot Y} = (1 + 1/\eta) \tag{19}$$

- *Bei vollständiger Konkurrenz auf dem Absatzmarkt (d.h.* $\eta \to -\infty$*) werden keine Gewinne gemacht, der Umsatz ist gleich den Kosten*

- *Der Umsatz bestimmt sich durch die Gesamtkosten und die Wettbewerbsintensität*

$$\text{Umsatz:} \quad p \cdot Y = (w \cdot L + c \cdot K)/(1 + 1/\eta) \tag{20}$$

- *Der Preis wird als Aufschlag auf die Stückkosten gesetzt*

$$\text{Preis:} \quad p = \frac{w \cdot L + c \cdot K}{Y} \cdot \frac{1}{(1 + 1/\eta)} \tag{21}$$

Wenn berücksichtigt wird,
dass die Faktorproduktivitäten durch die Kapitalintensität bestimmt werden

$$\frac{Y}{L} = A \cdot k^{\alpha}, \quad \frac{Y}{K} = A \cdot k^{\alpha-1}$$

und die optimale Kapitalintensität durch die relativen Preise
und die relativen Produktionselastizitäten bestimmt wird

$$k = \frac{w}{c} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha},$$

dann folgt für die optimalen Faktorproduktivitäten

$$\text{Arbeitsproduktivität:} \quad \frac{Y}{L} = A \cdot \left(\frac{w}{c} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{\alpha} \tag{22}$$

$$\text{Kapitalproduktivität:} \quad \frac{Y}{K} = A \cdot \left(\frac{w}{c} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{\alpha-1} \tag{23}$$

Die optimalen Faktorproduktivitäten werden bestimmt durch

1. *die totale Faktorproduktivität*
2. *die relativen Preise der Produktionsfaktoren*
3. *und die Produktionselastizitäten*

Damit sind die optimalen Faktorproduktivitäten unabhängig von der Nachfrage, also unabhängig von der Höhe der Nachfrage Z und von der Preiselastizität der Nachfrage η

Dann kann der Preis in Abhängigkeit der (exogenen) Lohn- und Kapitalkosten bestimmt werden

$\rightarrow$ *Einsetzen von Gleichung (22) und Gleichung (23) in Gleichung (21)*

$$p = \left(w \cdot \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{w}{c} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-\alpha} + c \cdot \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{w}{c} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \right) \cdot \frac{1}{1+1/\eta} \quad (24)$$

Umformen führt zu

$$p = \left(\frac{w}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{c}{\alpha} \right)^{\alpha} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{1+1/\eta} \quad (25)$$

Der Preis wird bestimmt

1. durch die Kosten für Arbeit w und Kapital c
2. durch die Produktionselastizitäten α und $1-\alpha$
3. durch die totale Faktorproduktivität A
4. und die Wettbewerbsintensität Wi auf dem Absatzmarkt $1+1/\eta$

In logarithmischer Schreibweise

$$\ln p = (1-\alpha) \cdot \ln w + \alpha \cdot \ln c - \ln A - \ln Wi + \text{Konstante} \quad (26)$$

In Wachstumsraten:

$$\hat{p} = (1-\alpha) \cdot \hat{w} + \alpha \cdot \hat{c} - \hat{A} - \hat{wi} \quad (27)$$

1. Höhere Löhne führen zu höheren Preisen mit Elastizität $1-\alpha$
2. höhere Kapitalkosten führen zu höheren Preisen mit Elastizität α
3. technischer Fortschritt (Zunahme der totalen Faktorproduktivität) führt zu geringeren Preisen mit Elastizität 1
4. mehr Wettbewerb führt zu geringeren Preisen

Einsetzen dieses Preises in die Nachfragefunktion führt zu

$$Y = p^{\eta} \cdot Z, \quad \ln Y = \eta \cdot \ln p + \ln Z, \quad \hat{Y} = \eta \cdot \hat{p} + \hat{Z} \tag{28}$$

Höhere Preise führen zu Nachfragerückgängen mit Elastizität η,
höhere Nachfrage führt zu proportional höherer Produktion

- Aus dem optimalen Preis kann die optimale Produktionsmenge bestimmt werden
- aus der optimalen Kapitalintensität können die optimalen Faktorproduktivitäten bestimmt werden
- beides zusammen liefert die optimalen Faktornachfragen

Was kann das Modell leisten?

1. Modell für die langfristige Preisentscheidung:

   Der Preis wird bestimmt als Aufschlag auf die Stückkosten;
   die Stückkosten bestimmen sich aus dem Lohnsatz, den Kapitalnutzungskosten und der totalen Faktorproduktivität;
   der Preisaufschlag wird bestimmt durch die Preiselastizität der Nachfrage

   Höhere Löhne führen zu höheren Preisen mit Elastizität $1-\alpha$,
   höhere Kapitalkosten führen zu höheren Preisen mit Elastizität α,
   technischer Fortschritt führt zu geringeren Preisen,
   mehr Wettbewerb führt zu geringeren Preisen

   Die Höhe der Nachfrage hat keinen Einfluss auf den Preis

2. Modell für die langfristige Produktionsentscheidung:

   Die optimale Produktion bestimmt sich aus dem Preis und dem Niveau der Nachfrage

3. Modell für die Substitutionsentscheidung:

   Die relativen Preise der Produktionsfaktoren und die relativen Produktionselastizitäten bestimmen das optimale Faktoreinsatzverhältnis (Kapitalintensität)

4. Modell für die langfristige Arbeitsnachfrageentscheidung:

   Die Arbeitsnachfrage bestimmt sich aus der optimalen Produktion (abhängig vom Preis bzw. den Kosten) und der optimalen Kapitalintensität (abhängig von den relativen Kosten)

5. Modell für die Investitionsentscheidung:

Der optimale Kapitalbestand bestimmt sich aus der optimalen Produktion und der optimalen Kapitalintensität; Investitionen können verstanden werden als Anpassung des aktuellen Kapitalbestands an den gewünschten Kapitalbestand

Damit werden die Investitionen bestimmt durch die Kosten, die Nachfrage und den Kapazitätsauslastungsgrad

6. Beziehung zwischen dem

– kurzfristigen Modell der Preis- und Mengenanpassung bei gegebenen Kapazitäten und Faktorproduktivitäten einerseits

– und dem Modell der langfristigen Anpassung der Kapazitäten und der Kapitalintensität andererseits:

Kurzfristig entscheidet das Unternehmen über Preise, Produktion und Arbeitsnachfrage, langfristig entscheidet das Unternehmen über Kapazitäten und Produktionstechnologie bei Unsicherheit über die Nachfrage