



Übung 8

Erweiterungen des Solow-Modells

- 1 Wiederholung des Solow-Modells
- 2 Bevölkerungswachstum
- 3 Technischer Fortschritt
- 4 Zusammenfassung

Literatur

Mankiw, N.G., Makroökonomik, Auflage 7. Stuttgart, Schäffer-Poeschel, 2017, Kapitel 8 und Kapitel 9 (bis 9.4).

Barro, R.J., Sala-i-Martin, X., Wirtschaftswachstum, München, Oldenbourg, 1998, Einführung + Kapitel 1.

1 Wiederholung des Solow-Modells

- Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

- A : Technologie
- Y : Produktion
- K, L : Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit
- $\alpha, 1 - \alpha$: Produktionselastizitäten, wobei $\alpha < 1$
- $\frac{Y}{L}$: Arbeitsproduktivität
- $\frac{K}{L}$: Kapitalintensität

- Die Nachfrageseite

- c : Konsum
- s : Sparen $s = s' \cdot y$ mit der Sparquote s' :

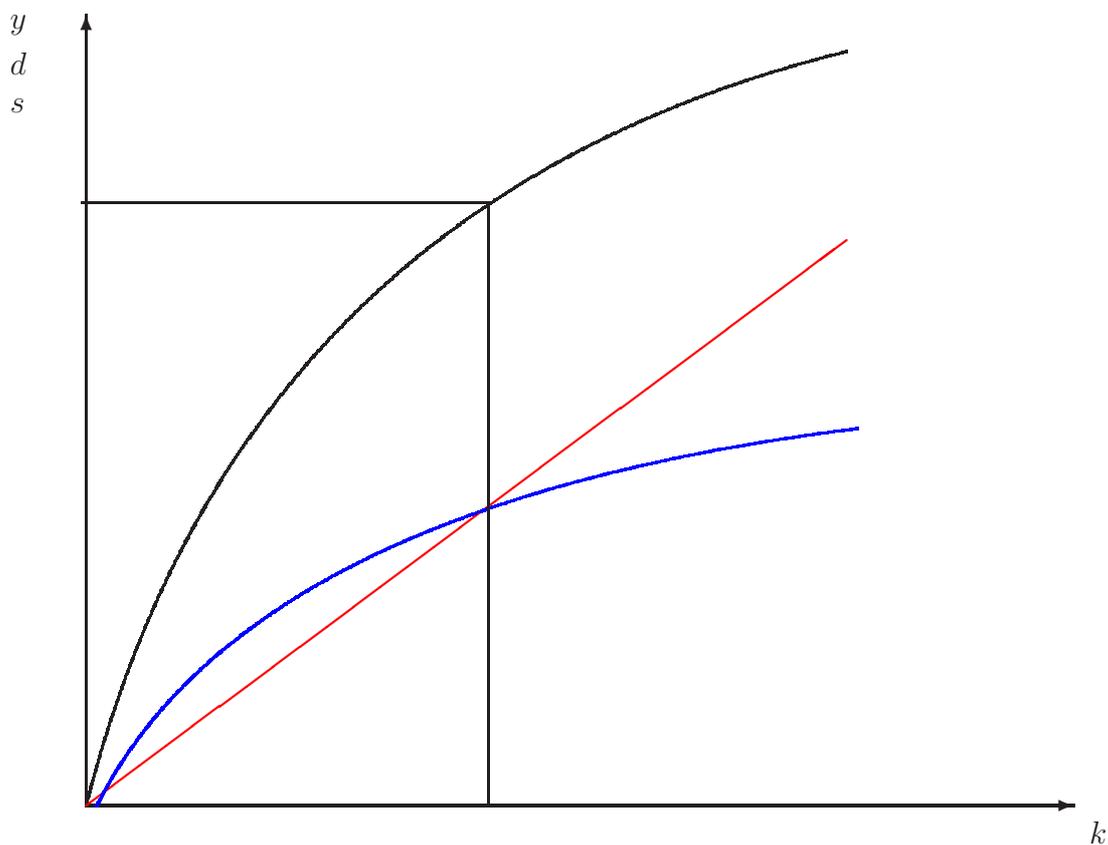
- Die Investitionen

- i : Pro-Kopf-Investitionen

- Änderung des Pro-Kopf-Kapitalstock

- Der Kapitalstock steigt durch Investitionen i
- Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen $d = \delta \cdot k$

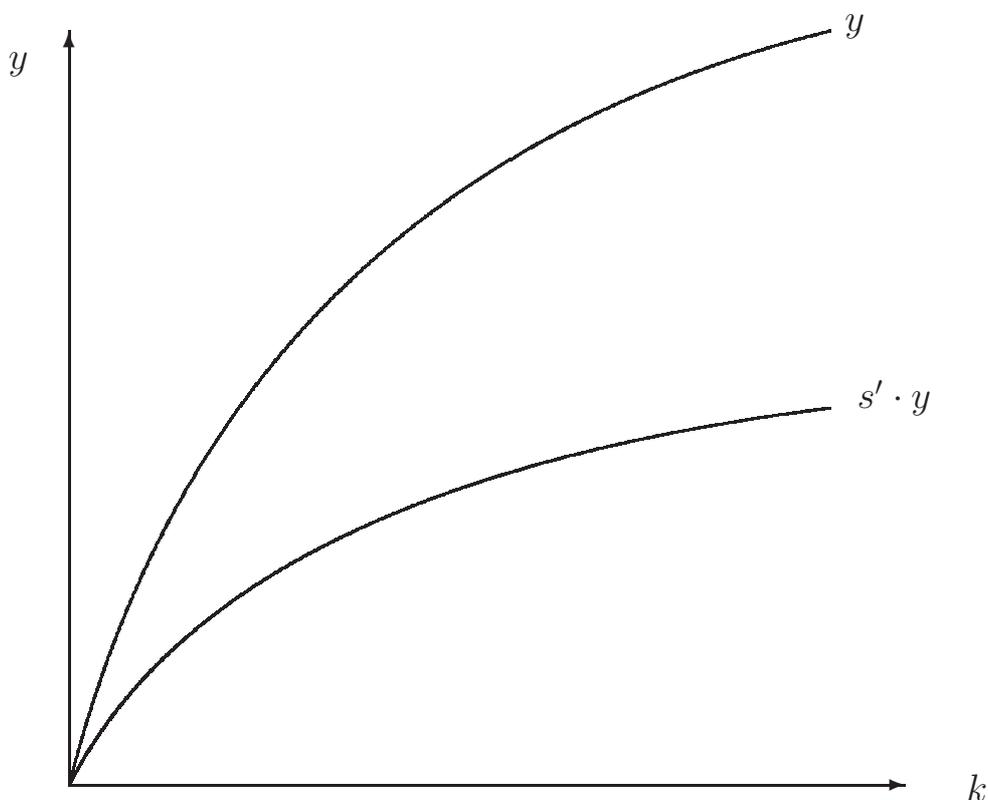
Das Gleichgewicht: $y^* = A \cdot (k^*)^\alpha$



2 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

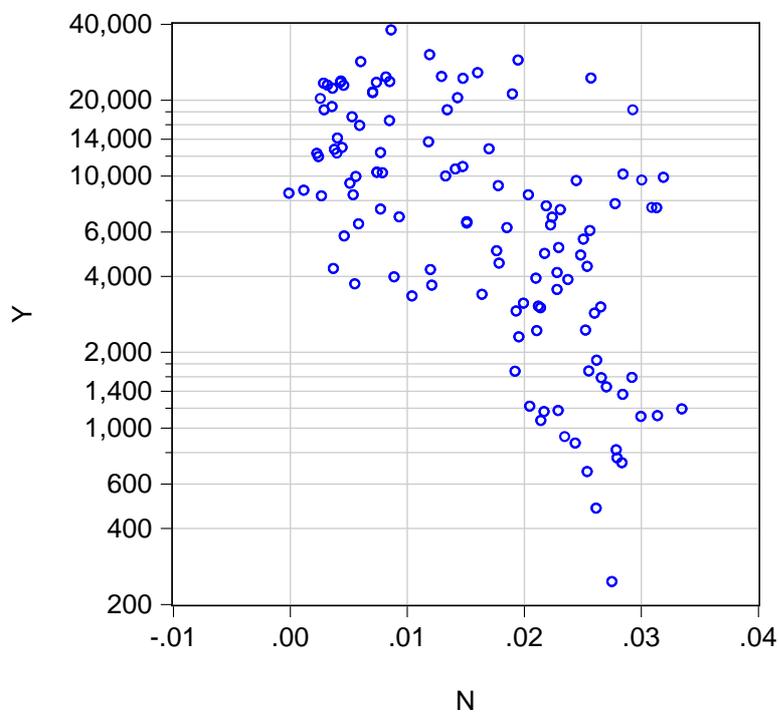
ohne technologischen Fortschritt

- Bisherige Annahme des Bevölkerungswachstums von $n = 0$ wird aufgehoben.
- Eine positive **Wachstumsrate der Bevölkerung n** führt dazu, dass der Kapitalstock K auf mehr Personen $L(1 + n)$ verteilt werden muss: Soll der Pro-Kopf-Kapitalstock $k = K/L$ gleich bleiben, muss der Kapitalstock auch um n wachsen.
- Die Änderung des Kapitalstocks:



- Länder mit hohem Bevölkerungswachstum haben bei sonst gleichen Voraussetzungen einen geringeren Lebensstandard.
- Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen Pro-Kopf-Output und Bevölkerungswachstum.
- Der Gesamtpoutput steigt mit dem Bevölkerungswachstum $Y(L,K)$.

Pro-Kopf-Einkommen und Bevölkerungswachstum



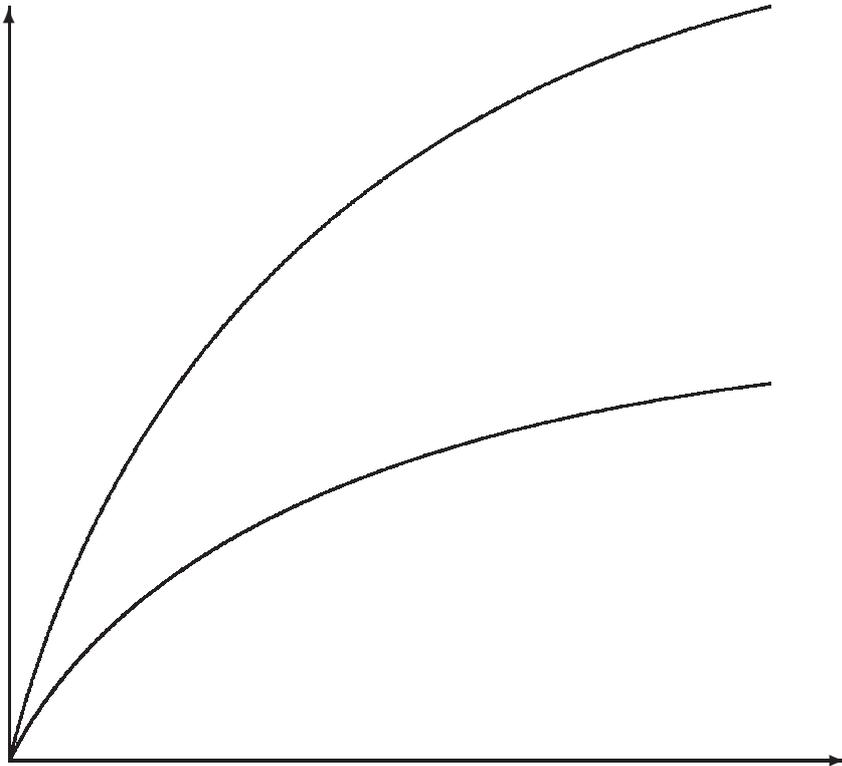
Auswahl von Ländern weltweit

Pro-Kopf Einkommen 2009, durchschnittliches Bevölkerungswachstum
1950–2009

3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

und mit technologischen Fortschritt

- Die **Arbeitseffizienz E** spiegelt das Wissen einer Gesellschaft bezüglich Produktionsmethoden wider.
- Fortschritte der verfügbaren Technologie schlagen sich in einer Zunahme der Arbeitseffizienz nieder (Bsp. PC im Büro).
- Die Produktionsfunktion:
- Annahme: Zuwachs der Arbeitseffizienz E mit einer **konstanten Rate γ** .
- Da das Arbeitsvolumen L mit der Rate n und die Effizienz E mit der Rate γ steigt, erhöht sich das in Effizienzeinheiten gemessene Arbeitsvolumen $L \cdot E$ mit einer Rate von $n + \gamma$.
- Es wird zusätzliches Kapital benötigt, um die zusätzlichen Effizienzeinheiten mit Kapital auszustatten.
- Der Kapitalstock pro Effizienzeinheit: $k_E = K/(L \cdot E)$
Soll der Pro-Effizienzeinheit-Kapitalstock $k_E = K/(L \cdot E)$ gleich bleiben, muss er auch um $n + \gamma$ wachsen.
- Änderung des Kapitalstocks:
- Steady State Bedingung:
- Die Produktion pro Effizienzeinheit $y_E = Y/(L \cdot E)$ wächst im steady state nicht mehr.
- Die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens $y = Y/L$ ist γ
- Die Wachstumsrate des Einkommens Y ist $n + \gamma$



4 Schlussbemerkung

Dauerhaftes Wachstum kann nicht mittels Kapitalakkumulation erklärt werden.

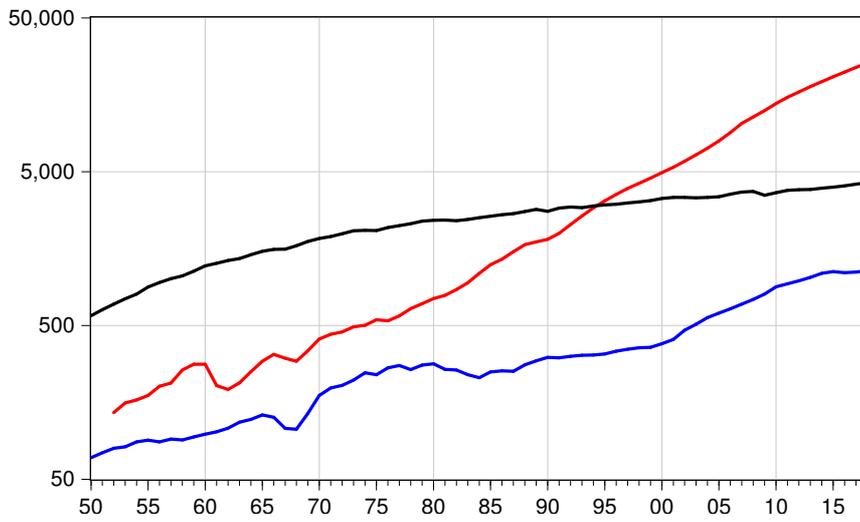
Dauerhaftes Wachstum kann nur durch technologischen Fortschritt erklärt werden.

Dieser wächst im Solow-Modell mit der exogenen Variablen γ .

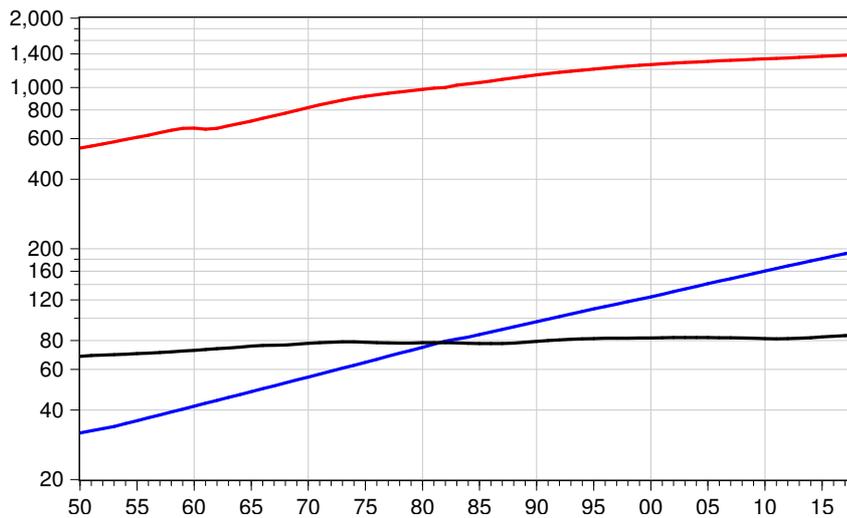
Technologische Neuerungen fallen also vom Himmel!?

Ausgewählte Zahlen zu Deutschland, Nigeria und China

Einkommen (BIP) in Mrd. 2017 US-Dollar



Bevölkerung in Mio.



Pro-Kopf-Einkommen in 2017 US-Dollar

