



## Übung 8

# Erweiterungen des Solow-Modells

- 1 Wiederholung des Solow-Modells
- 2 Bevölkerungswachstum
- 3 Technischer Fortschritt
- 4 Zusammenfassung

## Literatur

Mankiw, N.G., *Makroökonomik*, Auflage 7. Stuttgart, Schäffer-Poeschel, 2017, Kapitel 8 und Kapitel 9 (bis 9.4).

Barro, R.J., Sala-i-Martin, X., *Wirtschaftswachstum*, München, Oldenbourg, 1998, Einführung + Kapitel 1.

# 1 Wiederholung des Solow-Modells

- Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

- $A$ : Technologie
- $Y$ : Produktion
- $K, L$ : Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit
- $\alpha, 1 - \alpha$ : Produktionselastizitäten, wobei  $\alpha < 1$
- $\frac{Y}{L}$ : Arbeitsproduktivität
- $\frac{K}{L}$ : Kapitalintensität

- Die Nachfrageseite

- $c$ : Konsum
- $s$ : Sparen  $s = s' \cdot y$  mit der Sparquote  $s'$ :

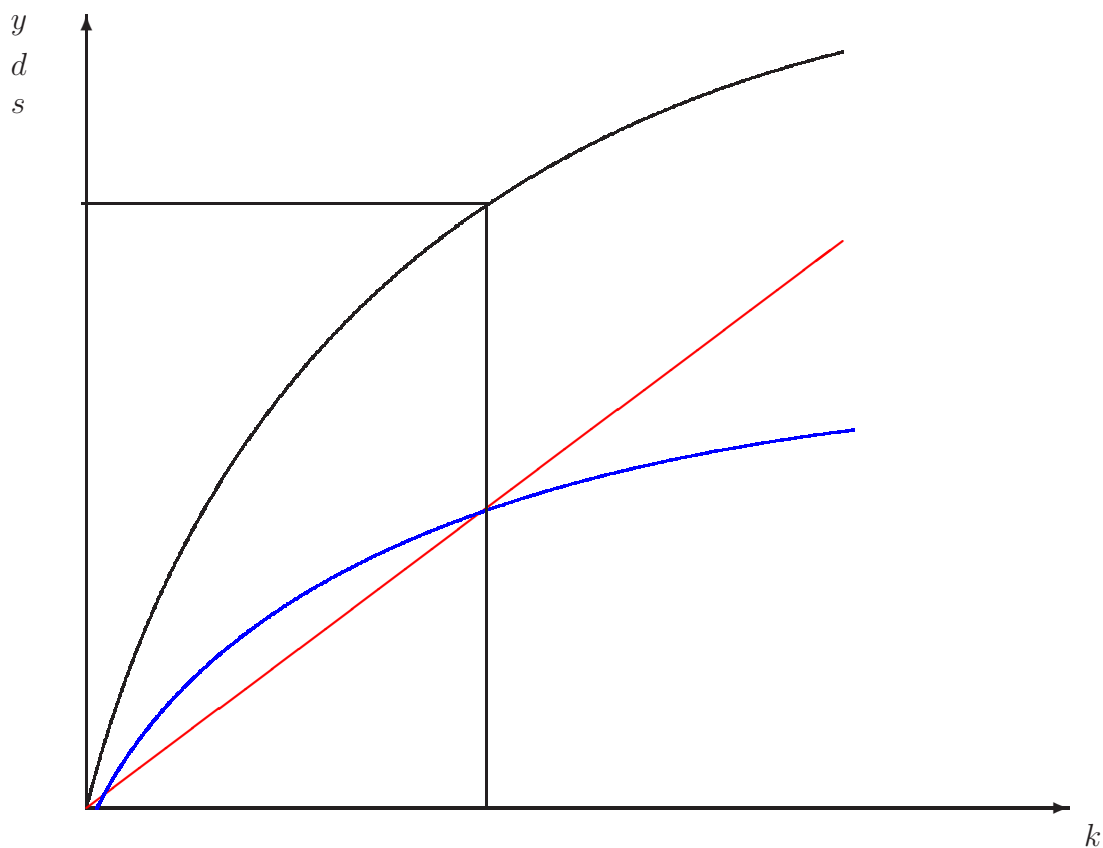
- Die Investitionen

- $i$ : Pro-Kopf-Investitionen

- Änderung des Pro-Kopf-Kapitalstock

- Der Kapitalstock steigt durch Investitionen  $i$
- Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen  $d = \delta \cdot k$

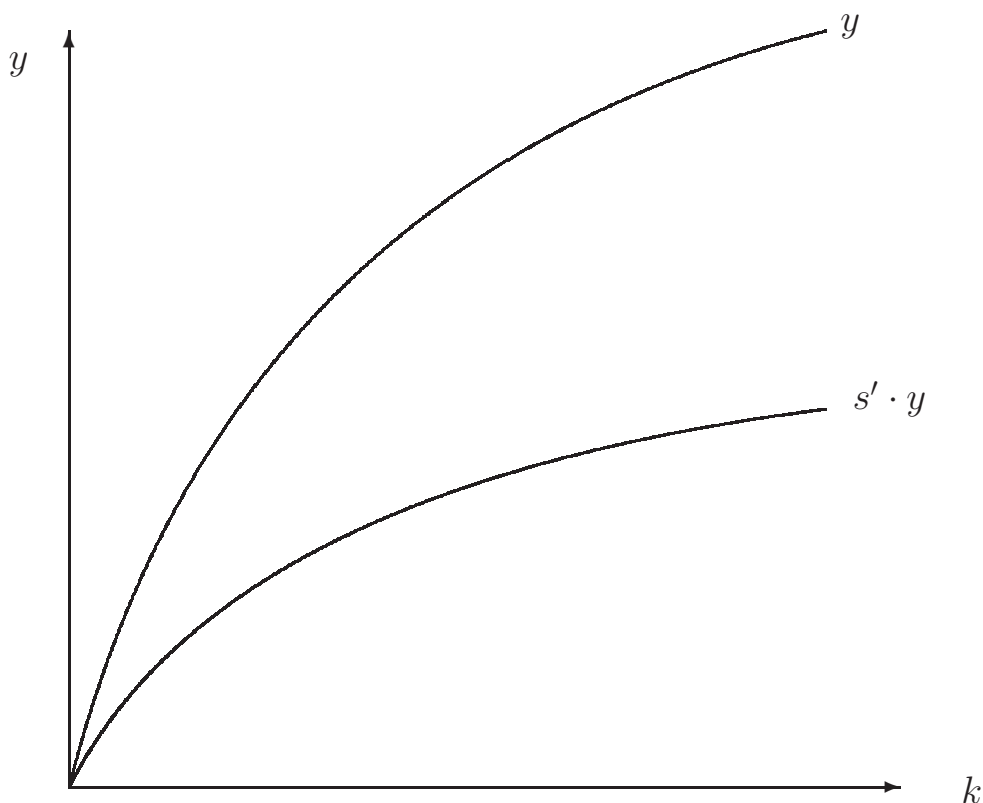
Das Gleichgewicht:  $y^* = A \cdot (k^*)^\alpha$



## 2 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

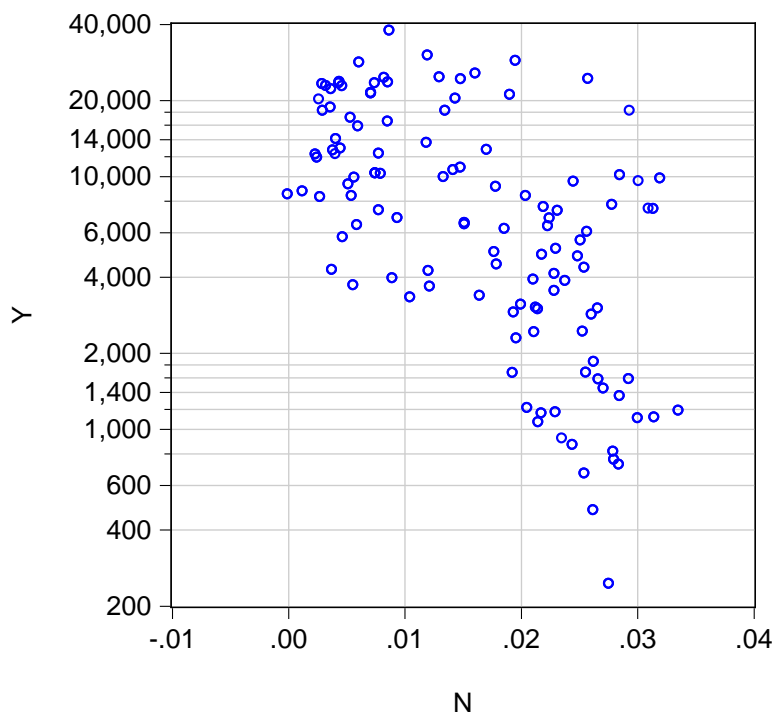
ohne technologischen Fortschritt

- Bisherige Annahme des Bevölkerungswachstums von  $n = 0$  wird aufgehoben.
- Eine positive **Wachstumsrate der Bevölkerung  $n$**  führt dazu, dass der Kapitalstock  $K$  auf mehr Personen  $L(1 + n)$  verteilt werden muss: Soll der Pro-Kopf-Kapitalstock  $k = K/L$  gleich bleiben, muss der Kapitalstock auch um  $n$  wachsen.
- Die Änderung des Kapitalstocks:



- Länder mit hohem Bevölkerungswachstum haben bei sonst gleichen Voraussetzungen einen geringeren Lebensstandard.
- Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen Pro-Kopf-Output und Bevölkerungswachstum.
- Der Gesamtpoutput steigt mit dem Bevölkerungswachstum  $Y(L,K)$ .

### Pro-Kopf-Einkommen und Bevölkerungswachstum



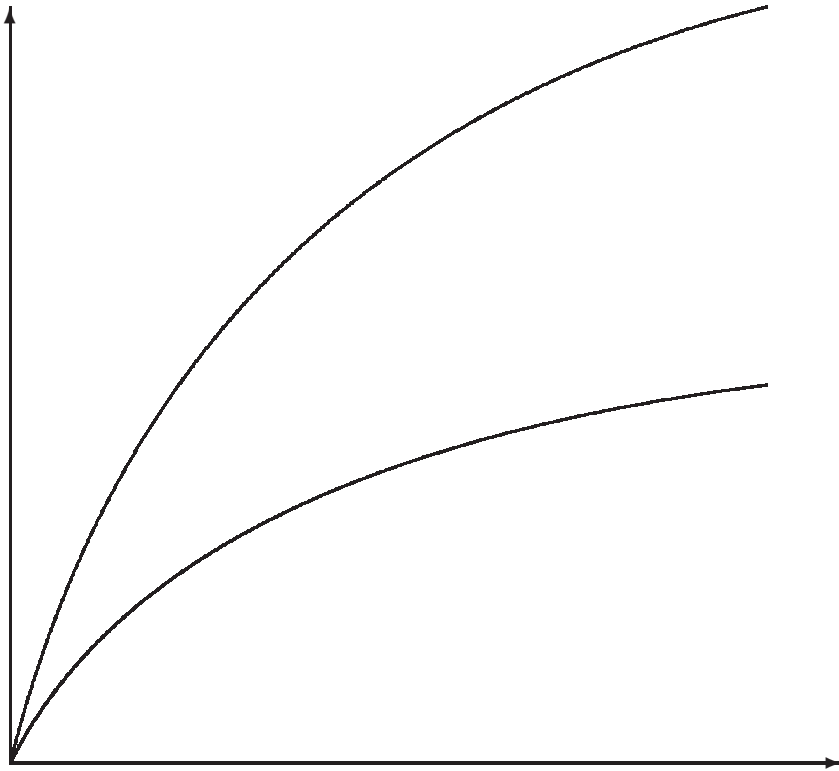
Auswahl von Ländern weltweit

Pro-Kopf Einkommen 2009, durchschnittliches Bevölkerungswachstum  
1950–2009

### 3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

#### und mit technologischen Fortschritt

- Die **Arbeitseffizienz E** spiegelt das Wissen einer Gesellschaft bezüglich Produktionsmethoden wider.
- Fortschritte der verfügbaren Technologie schlagen sich in einer Zunahme der Arbeitseffizienz nieder (Bsp. PC im Büro).
- Die Produktionsfunktion:
- Annahme: Zuwachs der Arbeitseffizienz E mit einer **konstanten Rate  $\gamma$** .
- Da das Arbeitsvolumen L mit der Rate n und die Effizienz E mit der Rate  $\gamma$  steigt, erhöht sich das in Effizienzeinheiten gemessene Arbeitsvolumen  $L \cdot E$  mit einer Rate von  $n + \gamma$ .
- Es wird zusätzliches Kapital benötigt, um die zusätzlichen Effizienzeinheiten mit Kapital auszustatten.
- Der Kapitalstock pro Effizienzeinheit:  $k_E = K/(L \cdot E)$   
Soll der Pro-Effizienzeinheit-Kapitalstock  $k_E = K/(L \cdot E)$  gleich bleiben, muss er auch um  $n + \gamma$  wachsen.
- Änderung des Kapitalstocks:
- Steady State Bedingung:
- Die Produktion pro Effizienzeinheit  $y_E = Y/(L \cdot E)$  wächst im steady state nicht mehr.
- Die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens  $y = Y/L$  ist  $\gamma$
- Die Wachstumsrate des Einkommens Y ist  $n + \gamma$



#### 4 Schlussbemerkung

Dauerhaftes Wachstum kann nicht mittels Kapitalakkumulation erklärt werden.

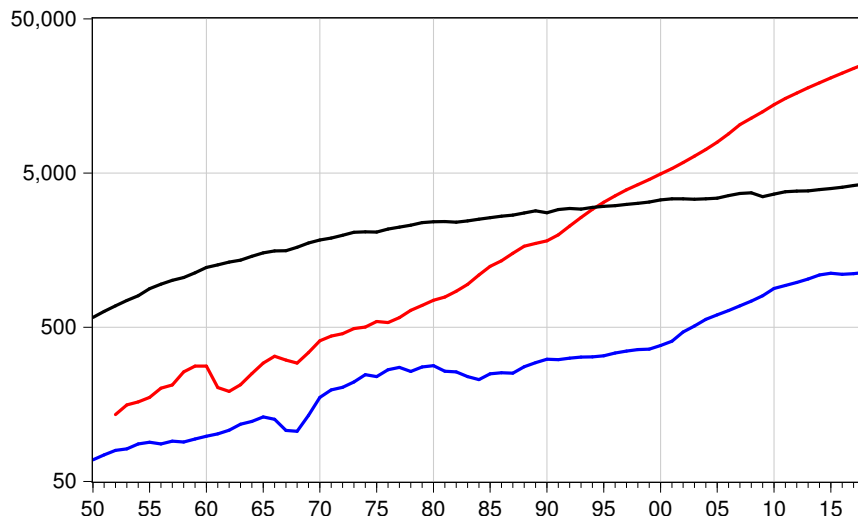
Dauerhaftes Wachstum kann nur durch technologischen Fortschritt erklärt werden.

Dieser wächst im Solow-Modell mit der exogenen Variablen  $\gamma$ .

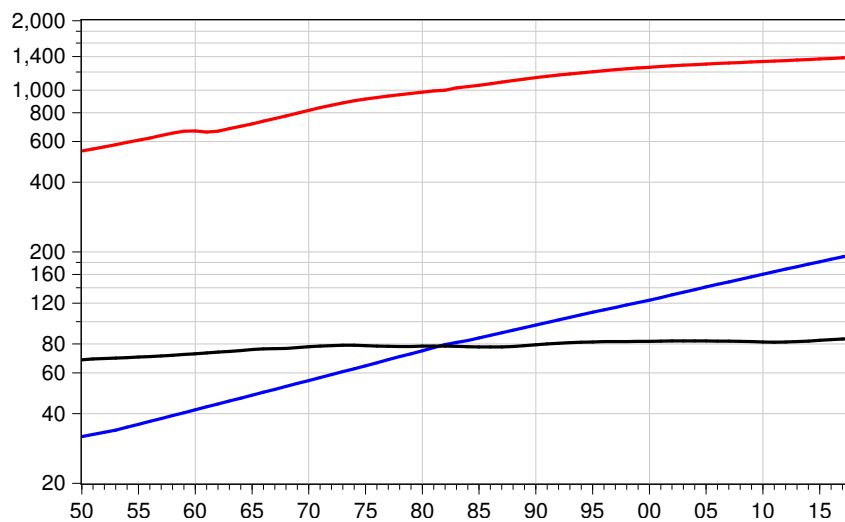
Technologische Neuerungen fallen also vom Himmel!?

# Ausgewählte Zahlen zu Deutschland, Nigeria und China

Einkommen (BIP) in Mrd. 2017 US-Dollar



Bevölkerung in Mio.



Pro-Kopf-Einkommen in 2017 US-Dollar

