Universität Ulm | 89081 Ulm | Germany

Tino Conrad, M.Sc.
Institut für Wirtschaftspolitik

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur

Wintersemester 2018/19

Übung 10

Endogene Wachstumstheorie -

Das Romer-Modell I

Literatur

Frenkel, M., Hemmer, H.-R., Grundlagen der Wachstumstheorie, München, Vahlen, 1999, Kapitel 10

Helmholtzstr. 20, Raum E 62
Tel. 0731 50-24265, Fax -24262

http://www.uni-ulm.de/wipo
Tino.Conrad@uni-ulm.de

1 Vorbemerkungen

Das Romer-Modell ist ein endogenes Wachstumsmodell mit einem variablem Technologieparameter.

- Humankapital: an Individuen gebundene Kenntnisse und Fähigkeiten
  –

  $\Rightarrow$

- Wissen: ungebundene, theoretische Kenntnisse
  –

  $\Rightarrow$

- Verbindung von Humankapital und Wissen bildet die Grundlage für Innovationen

1 Modellstruktur (3-Sektoren-Modell)

<u>Produktion</u>

$\swarrow$		$\searrow$
	Industriegüterfertigung	
	$\swarrow$	$\searrow$
F&E-Sektor	Zwischenprodukt bzw. Kapitalgütersektor	Endprodukt- bzw. Konsumgütersektor
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
verwendet	verwendet	verwendet
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
Outputmarkt:	Outputmarkt:	Outputmarkt:

2 Der Forschungssektor

Inputfaktoren:

– Humankapital H_A

– Stand des technischen Wissens A

Output:

– Wissen bzw. Patente für neue Zwischenprodukte

Produktionsfunktion:

- Eigenschaften

  1) Herstellung von neuen Designs/Innovationen (Patenten), die privatwirtschaftlich vermarktet und für die Produktion von spezifischen Produkten eingesetzt werden können.

  2) F&E-Sektor produziert Wissen, welches allen Forschern für weitere F&E-Tätigkeiten zur Verfügung steht.

3 Der Endproduktsektor

Inputfaktoren:

- einfacher Arbeit L
- Humankapital
- Zwischenprodukte

Output:

- Konsumgüter

Produktionsfunktion:

- Eigenschaften

  1) Die Grenzproduktivität des Kapitalgutes i wird nicht durch die eingesetzte Menge eines anderen Kapitalgutes j beeinflusst.

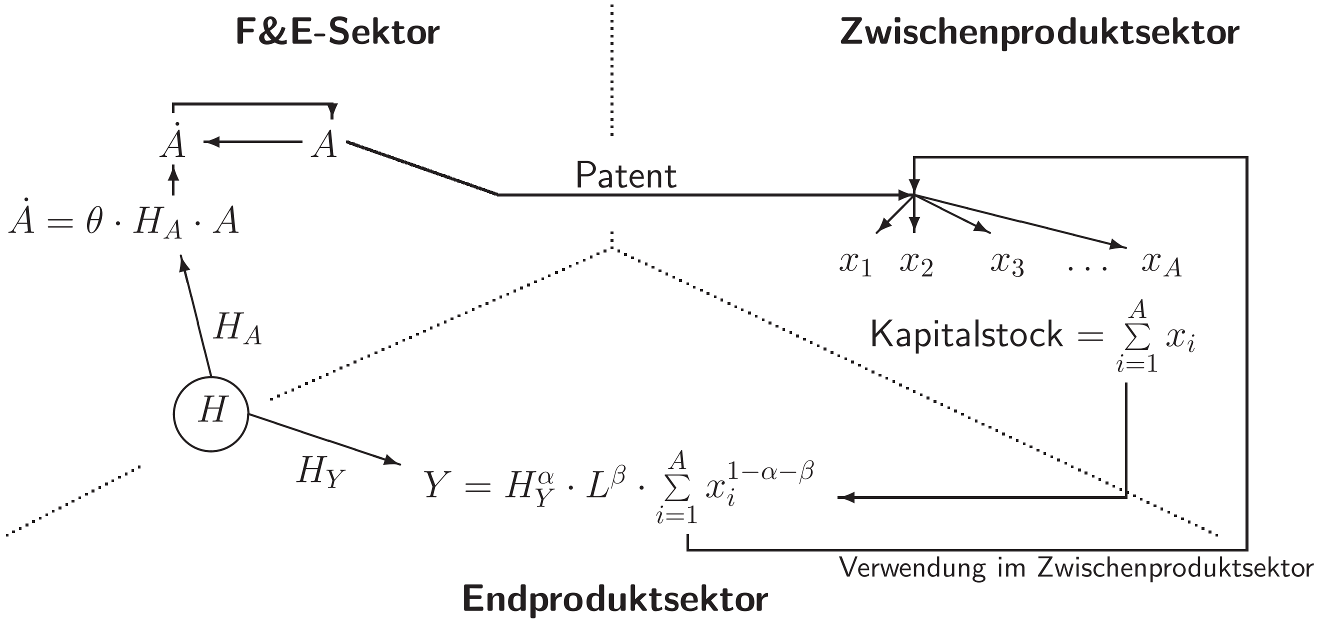
  2) Die Produktionselastizität ist für jede Kapitalgüterart $x_i < 1$;
  Grenzproduktivität geht mit steigender Einsatzmenge gegen Null

4 Der Zwischenproduktsektor

- Für die Herstellung eines Zwischenprodukts muss auf die Herstellung einer bestimmten Menge an Endprodukten verzichtet werden.
- Für die Herstellung von Zwischenprodukten wird somit die gleiche Technologie unterstellt wie bei der Konsumgüterherstellung.
- Dazu benötigen die Produzenten im Zwischenproduktsektor allerdings ein Patent, das sie vom F&E-Sektor erwerben müssen.
- Durch den Kauf eines Patents wird man zum Monopolisten für genau eine Zwischenproduktvariante.

$\Rightarrow$ Horizontale Innovationen:
neue (spezialisierte) Zwischenprodukte, die im Produktionsprozess neben „alten“ Zwischenprodukten eingesetzt werden

Güter- und Faktorströme im Romer-Modell



5 Das Wachstumsgleichgewicht

Analyse des F&E-Sektors

<u>Vollkommene Konkurrenz:</u>

– angebotsseitig gilt: Faktorpreis = Grenzproduktivität

<u>Gewinnfunktion:</u>

$$G = P_A \cdot \dot{A} - w_H \cdot H_A$$

Im <u>Gewinnmaximum</u> gilt:

⇒ Der Preis P_A wird nachfrageseitig durch die Zahlungsbereitschaft des Patentkäufers bestimmt

(Patent-)Käufer = Zwischenproduktproduzent

Analyse des Zwischen- und Endproduktsektors

- Zwischenproduktproduzenten konkurrieren beim Kauf eines Patentes miteinander.

- Über den Verkauf eines Zwischenproduktes an den Endproduktsektor erzielen sie einen Erlös.
- Kosten entstehen durch die eigentliche Zwischenproduktproduktion und das Patent.

  Ziel: Bestimmung der Zahlungsbereitschaft der Kapitalgüterhersteller für das Patent.
- Der maximale Preis, den Zwischenproduktproduzenten für ein Patent ausgeben, ist der „Deckungsbeitrag“ (Monopolrente) π.

  $\pi =$ Verkaufserlös - Produktionskosten für den Zeitraum, in dem das Patent läuft.

- Der Preis eines Zwischenprodukts P_x, den Endproduktproduzenten zahlen, entspricht der Summe aller abdiskontierten Grenzproduktivitäten dieses Zwischenprodukts im Zeitablauf (vollkommene Konkurrenz):

$$P_x = \int_s^\infty e^{-r(t-s)} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x_i} \cdot dt$$

mit $\quad Y_i = H_Y^\alpha \cdot L^\beta \cdot x_i^{1-\alpha-\beta} \quad$ und

$\frac{\partial Y}{\partial x_i} = (1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^\alpha \cdot L^\beta \cdot x_i^{-\alpha-\beta}$

Da für das Grenzprodukt gilt:
$\frac{\pi}{(1+r)} + \frac{\pi}{(1+r)^2} + \frac{\pi}{(1+r)^3} + \ldots = \frac{\pi}{r}$

$\Rightarrow P_x = \frac{1}{r}(1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^\alpha \cdot L^\beta \cdot x_i^{-\alpha-\beta}$

- Gewinnmaximaler Preis beim Monopolisten im Zwischenproduktsektor:

$$\pi = G = P_x \cdot x_i - x_i$$

mit $P_x = \frac{1}{r}(1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot x_i^{-\alpha-\beta}$

$$G = \frac{1}{r}(1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot x_i^{-\alpha-\beta+1} - x_i$$

$$\frac{\partial G}{\partial x_i} = (1-\alpha-\beta)\frac{1}{r}(1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot x_i^{-\alpha-\beta} - 1 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial x_i} = (1-\alpha-\beta)P_x - 1 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow P_x = \frac{1}{1-\alpha-\beta}$$

- Somit ist

$$\pi = P_x \cdot x_i - x_i = (P_x - 1) \cdot x_i$$

$$= (\frac{1}{1-\alpha-\beta} - 1) \cdot x_i = \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \cdot x_i = P_A$$