Universität Ulm | 89081 Ulm | Germany

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Tino Conrad, M.Sc.
Institut für Wirtschaftspolitik

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur

Wintersemester 2018/19

Übung 11

Endogene Wachstumstheorie - Das Romer-Modell II

1 Vorbemerkungen und Modellstruktur

2 Der Forschungssektor

3 Der Endproduktsektor

4 Der Zwischenproduktsektor

5 Das Wachstumsgleichgewicht

6 Gleichgewichtswachstum

7 Bewertung des Romer-Modells

Literatur

Frenkel, M., Hemmer, H.-R., Grundlagen der Wachstumstheorie, München, Vahlen, 1999, Kapitel 10, 11, 12

Helmholtzstr. 20, Raum E 62
Tel. 0731 50-24265, Fax -24262

http://www.uni-ulm.de/wipo
Tino.Conrad@uni-ulm.de

Wiederholung: Wachstumsgleichgewicht

- F&E-Sektor erfindet Designs, verkauft Patente auf einem Wettbewerbsmarkt.
  - Faktorpreis = Grenzproduktivität
  $$G_A = P_A \dot{A} - w_{H_A} H_A \Rightarrow \frac{\partial G_A}{\partial H_A} = 0 \Leftrightarrow P_A = \frac{W_{H_A}}{\theta A}$$
  - P_A wird durch Zahlungsbereitschaft der Käufer (Zwischenprodukthersteller) bestimmt.
- Für Zwischenprodukthersteller muss sich der Kauf eines Patents lohnen, d.h.
  $$P_A \leq G_Z \overset{\text{Wettbewerb}}{\Rightarrow} P_A = G_Z$$
  - Zwischenprodukthersteller sind Monopolisten, d.h. Preis > Zahlungsbereitschaft der Käufer (Endprodukthersteller)
  - Zahlungsbereitschaft der Endprodukthersteller entspricht dem Barwert der Produktion
  $$P_x = \int_s^\infty e^{-r(t-s)} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x_i} dt = \frac{1}{r}(1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^\alpha \cdot L^\beta \cdot x_i^{-\alpha-\beta}$$
  - $G_Z = P_x x_i - x_i$, mit variablen Kosten x_i (= Opportunitätskosten des Monopolisten)
  $$\frac{\partial G_Z}{\partial x_i} = (1-\alpha-\beta)P_x - 1 = 0 \Leftrightarrow P_x = \frac{1}{1-\alpha-\beta}$$
  - für den Patentpreis gilt nun:
  $$P_A = G_Z = P_x x_i - x_i = \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} x_i$$
- Somit gilt im Gleichgewicht: $\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} x_i = \frac{W_{H_A}}{\theta A}$

Der Patentpreis und damit der Anreiz zur Durchführung von F&E hängt also von den Produktionselastizitäten im Endproduktsektor und der Nachfrage nach Zwischenprodukten ab.

6 Gleichgewichtswachstum

- Ein gleichgewichtiges Wachstum liegt vor, wenn alle Variablen mit der gleichen Rate wachsen:

$$g =$$

- Aus der Produktionsfunktion des F&E-Sektors ergibt sich $\frac{\dot{A}}{A} = \theta \cdot H_A$

- Welche gleichgewichtige Wachstumsrate zustande kommt, hängt davon ab, wie viel des gesamten Humankapitalbestands im F&E-Sektor eingesetzt wird.

Die **Aufteilung** des Humankapitals ergibt sich aus dem Zusammenwirken von:

1. produktionstechnischen Aspekten der VW

2. den Präferenzen der Wirtschaftseinheiten

6.1 Angebotsseite: Produktionstechnische Bedingung

Humankapitalmobilität wird durch Lohnunterschiede ausgelöst.

Im Gleichgewicht müssen die Humankapitallöhne daher in den beiden Sektoren identisch sein, d.h.

Der Humankapitallohn im F&E-Sketor ergibt sich aus

$$\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}x_i = \frac{w_{H_A}}{A\theta}$$

Brechnung des Humankapitallohns im Endproduktsektor:

$$Y = H_Y^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot \sum_{i=1}^{A} x_i^{1-\alpha-\beta} \qquad \text{mit} \qquad \sum_{i=1}^{A} x_i = A \cdot x_i$$

$$w_{H_Y} = \frac{\partial Y}{\partial H_Y} = \alpha \cdot H_Y^{\alpha-1} \cdot L^{\beta} \cdot A \cdot x_i^{1-\alpha-\beta}$$

Aus dem Produktionsgleichgewicht für Zwischenprodukte ergibt sich:

$$P_x = \frac{1}{1-\alpha-\beta} \text{ bzw. } \frac{1}{r}(1-\alpha-\beta) \cdot H_Y^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot x_i^{-\alpha-\beta} = \frac{1}{1-\alpha-\beta}$$

Auflösen nach L^{β}:

$$L^{\beta} = \frac{1}{(1-\alpha-\beta)^2} \cdot r \cdot H_Y^{-\alpha} \cdot x_i^{\alpha+\beta}$$

Einsetzen in w_{H_Y}:

$$w_{H_Y} = \alpha \cdot H_Y^{\alpha-1} \cdot \frac{1}{(1-\alpha-\beta)^2} \cdot r \cdot H_Y^{-\alpha} \cdot x_i^{\alpha+\beta} \cdot A \cdot x_i^{1-\alpha-\beta}$$

$$w_{H_Y} = \frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)^2} \cdot H_Y^{-1} \cdot r \cdot A \cdot x_i$$

Erinnerung:
Im Gleichgewicht müssen die Humankapitallöhne in den beiden Sektoren identisch sein, d.h. es keine „Wanderung" gibt: $w_{H_A} = w_{H_Y}$

$$\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} x_i A\theta = \frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)^2} \cdot H_Y^{-1} \cdot r \cdot A \cdot x_i$$

Das Auflösen nach r, gibt den Zinssatz bei dem das Gleichgewicht $w_{H_A} = w_{H_Y}$ erfüllt ist:

$$r = \frac{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)}{\alpha} \cdot \theta H_Y$$

Mit $H_Y = H - H_A$ folgt:

$$r = \psi\theta H - \psi\theta H_A \qquad \text{, wobei } \psi = \tfrac{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)}{\alpha}$$

6.2 Nachfrageseite: Konsumpräferenzen der Wirtschaftseinheiten

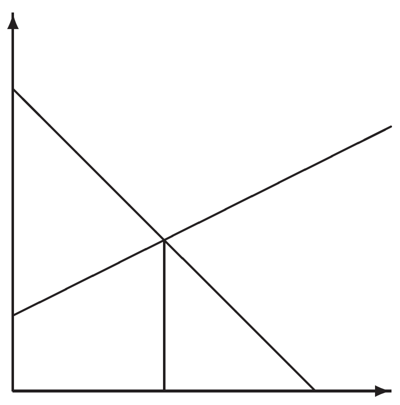
Nun fehlt noch die andere Marktseite bei der Bestimmung des Zinssatzes. Die Herleitung erfolgt aus den intertemporalen Konsumpräferenzen

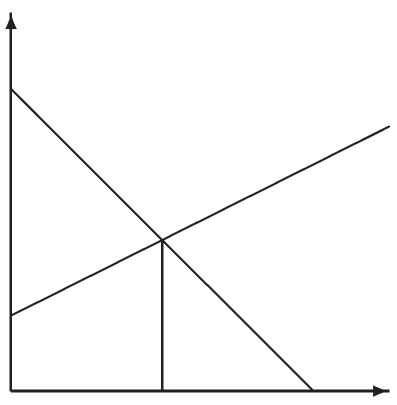
Wenn der Zinssatz größer ist als die Zeitpräferenzrate, ist positives Konsumwachstum möglich, d.h.[1]

Da im Gleichgewicht $\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{C}}{C}$ gelten soll, folgt:

6.3 Berechnung der gleichgewichtigen Wachstumsrate

Zusammenführen von beiden Marktseiten über den Zins: $r_a = r_n$





[1]Wir nehmen in der Ausführung vereinfachend eine intertemporale Substitutionselastizität von 1 an.

6.4 Wachstumsrate bei Änderung der Einflussgrößen

Änderung des Humankapitalbestands

Interpretation:
Je höher der Humankapitalbestand ist, desto höher ist die gleichgewichtige Wachstumsrate.

Grund:
Durch $H \uparrow$ können mehr qualifizierte Arbeitskräfte im F&E-Sektor eingesetzt werden, ohne dass eine Knappheitssituation hinsichtlich des Humankapitaleinsatzes im Endproduktsektor entsteht.

Änderung der Zeitpräferenzrate

Interpretation:
Je kleiner die Bereitschaft ist, den Konsum in die Zukunft zu verlagern (d.h. je größer ρ), desto kleiner ist die gleichgewichtige Wachstumsrate.

Grund:
Humankapital wird im Konsumgütersektor freigesetzt (Verzicht auf Gegenwartskonsum) und kann für Forschungstätigkeiten im F&E-Sektor eingesetzt werden.

Änderung der Produktivität im Forschungssektor

Interpretation:
Je größer die Produktivitat im F&E-Sektor ist, desto höher ist die gleichgewichtige Wachstumsrate.

Grund:
Durch ein höheres θ lohnt sich der Einsatz von Humankapital im F&E-Sektor mehr.

$\Rightarrow w_{H_A} \uparrow$ (Bedingung: Faktorpreis $=$ Grenzproduktivität)

$\Rightarrow w_{H_Y} \neq w_{H_A} \rightarrow$ Innovation$\uparrow \rightarrow g \uparrow$

7 Bewertung des Romer-Modells

Romer erklärt in einem geschlossenen Modellrahmen, wie die Verwendung von F&E-Aktivitäten produktionssteigernde Innovationen erzeugt und wie diese zu einem anhaltenden Wachstum führen.

Romer liefert eine mögliche Erklärung, weshalb die Wachstumsraten zwischen verschiedenen Ländern dauerhaft voneinander abweichen können.

Wichtige wachstumspolitische Konsequenzen:

- Humankapital

- Sparneigung

- Suboptimalität

  1) Monopolistische Konkurrenz auf dem Markt für Zwischenprodukte:

  2) Externalitäten der Wissensvermehrung

Probleme:

Lineare Formulierung der Produktionsfunktion im F&E-Sektor

- Konstante Grenzerträge der Designproduktion bzw. des Wissens
- zusätzliches Humankapital hat jeweils die gleiche zusätzliche Designproduktion zur Folge (Parallele zum AK-Modell)

Der Humankapitalbestand ist exogen gegeben

- die Faktorausstattung könnte sich durch Humankapitalbildung ändern

Nur die horizontale Innovation wird betrachtet

- Keine Veralterung von Technologie
- Empirie: z.B. Computer und Schreibmaschine

Wipo-Schluss: Eingriffe des Staates förderlich

- Empirie: Marktwirtschaften wachsen in der Realität schneller als Planwirtschaften