K. Stadtmüller
M. Thalmaier

Wintersemester 2007/2008
12.12.2007
Blatt 7

Übungen zur Mathematik 3 für Wirtschaftswissenschaftler

(Vorlesungshomepage: http://www.mathematik.uni-ulm.de/sgm/mfww)

1. **Diagonalisierbarkeit**
   Bestimmen Sie zu den gegebenen Matrizen jeweils das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren.
   Entscheiden Sie außerdem, ob die Matrizen diagonalisierbar sind und bestimmen Sie im Fall der Diagonalisierbarkeit jeweils ein $X \in \mathbb{R}^3$ und $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$, so dass

$$X^{-1}AX = diag(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3).$$

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

b) $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

2. **System von Differenzengleichungen**
   Lösen Sie das folgende System von Differenzengleichungen mit den Anfangsbedingungen $y_0^{(1)} = 1, \quad y_0^{(2)} = 4, \quad y_0^{(3)} = 5.$

$$\begin{aligned}
y_{k+1}^{(1)} &= \tfrac{1}{4}y_k^{(1)} && - y_k^{(3)} + 4 \\
y_{k+1}^{(2)} &= -\tfrac{1}{2}y_k^{(1)} + \tfrac{1}{2}y_k^{(2)} && + y_k^{(3)} + 1 \\
y_{k+1}^{(3)} &= && - \tfrac{1}{4}y_k^{(3)} + 5
\end{aligned}$$

3. **Weihnachtsmann vs. Christkind**
Der Weihnachtsmann und das Christkind schließen eine Wette ab, wer mehr Kinder beschenken kann. Dazu "rüsten" sie gegenseitig mit Geschenken auf.
Berechnen Sie wie viele Geschenke der Weihnachtsmann und wie viele Geschenke das Christkind jedes Jahr machen. Verwenden Sie dazu das Wettrüstungsmodell (vgl. Blatt 1, wobei der Weihnachtsmann für den Staat A steht und das Christkind für den Staat B und die Annahmen $r = R$ und $s = S$ entfallen) und erstellen Sie daraus ein System von Differenzengleichungen mit den Werten
$$r = R = 0, \quad s = \frac{1}{6}, \quad S = \frac{2}{3}, \quad a = b = 2000000$$
und unter der Voraussetzung, dass zum Zeitpunkt $n = 0$ (Adam und Eva) noch keine Geschenke verteilt werden.
Wer verteilt langfristig gesehen mehr Geschenke?