

## Übungen zur Mathematik 3 für Wirtschaftswissenschaftler

(Vorlesungshomepage: <http://www.mathematik.uni-ulm.de/sgm/mfww>)

1. Ein Raucher raucht alle 10 Minuten eine Zigarette mit 0,5 mg Nikotin und baut 10 % davon in 10 Minuten ab. Er fängt mit einem Nikotingehalt von 2 mg an.
  - a) Stellen Sie die Differenzgleichung für den Nikotingehalt  $N_t$  mit 10 Minuten als Zeiteinheit auf.
  - b) Wie hoch ist der Nikotingehalt des Blutes nach 10 Zigaretten?
  - c) Kann der tödliche Wert von 50 mg Nikotin je erreicht werden? Welcher Wert stellen sich nach langer Zeit ein?

2. Gegeben sei die Differenzgleichung

$$y_{k+3} + 4y_{k+2} + y_{k+1} - 2y_k = 8, \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

- a) Zeigen Sie, dass  $y_k^{(1)} = (-1)^k$ ,  $y_k^{(2)} = (-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17})^k$ , und  $y_k^{(3)} = (-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17})^k$  Lösungen der zugehörigen homogenen Differenzgleichung sind.
  - b) Überprüfen Sie, ob die Lösungen ein Fundamentalsystem bilden und bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differenzgleichung.
  - c) Überprüfen Sie, ob eine Gleichgewichtslösung der inhomogenen Differenzgleichung existiert und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.
  - d) Geben Sie die Lösungsgesamtheit der inhomogenen Differenzgleichung an.
  - e) Bestimmen Sie die Lösung der inhomogenen Differenzgleichung für die Anfangswerte  $y_0 = 0$ ,  $y_1 = 3$  und  $y_2 = 5$ .
  - f) Untersuchen Sie die Gleichgewichtslösung auf Stabilität.
3. Bestimmen Sie zur folgenden Differenzgleichung die allgemeine Lösung sowie die Lösung des Anfangswertproblems:

$$y_{k+3} - y_{k+2} - 10y_{k+1} - 8y_k = 36, \quad k \in \mathbb{N}_0, \quad y_0 = 2, y_1 = 4, y_2 = 0.$$

4. Bestimmen Sie zur folgenden Differenzgleichung die allgemeine Lösung:

$$y_{k+3} + \frac{1}{2}y_{k+2} - y_{k+1} - 3y_k = 0, \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

5. Schreiben Sie die folgende Differenzgleichung in ein System um:

$$y_{k+3} - 2y_{k+2} + 8y_{k+1} - 3y_k - 7 = 0, \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

6. Lösen Sie das folgende System von Differenzgleichungen:

$$y_{k+1}^{(1)} = -17y_k^{(1)} + 2y_k^{(2)} + 7y_k^{(3)} + 5$$

$$y_{k+1}^{(2)} = 26y_k^{(1)} - 2y_k^{(2)} - 10y_k^{(3)} - 7$$

$$y_{k+1}^{(3)} = -54y_k^{(1)} + 6y_k^{(2)} + 22y_k^{(3)} + 15.$$

7. **Zum Knobeln (nicht klausurrelevant):**

Aus Segmenten A von einem Meter Höhe und Segmenten B von 2 Metern Höhe soll ein Turm gebaut werden.

Beispielsweise gibt es für einen Turm von 5 Metern Höhe also die 8 Möglichkeiten:

$$AAAAA, BAAA, ABAA, AABA, AAAB, BBA, BAB, ABB.$$

Geben Sie für die Anzahl  $y_n$  aller Türme der Höhe  $n$  Meter eine Differenzgleichung an und lösen Sie diese.

**Frohe Weihnachten und ein guten Rutsch ins neue Jahr wünscht Euch  
Euer Mathe-III-Team.**