Hochschule Biberach
M. Thalmaier

Wintersemester 08/09
19.02.2009

Probeklausur zur Vertiefungsvorlesung Mathematik für Gebäudeklimatiker

1. Skizziere die folgenden Mengen.

   a) $M_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \ \text{ und } \ x < y + 1\right\}$

   b) $M_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \leq x \leq 2 \ \text{ und } \ -x < y < 3x\right\}$

   c) $M_3 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 < y + 2 \ \text{ und } \ x^2 + y^2 < 25\right\}$

   d) $M_4 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 1 < y < 7 \ \text{ und } \ \sqrt{x} \leq y\right\}$

2. a) Erstelle das Höhenliniendiagramm zur Funktion $z = 3x + 6y$, wobei $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

   b) Erstelle das Höhenliniendiagramm zur Funktion $z = 5x + 4y$, wobei $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

3. a) Bestimme zur Funktion $f(x,y) = x^2 + 3xy^2 + y^3$ die Gleichung der Tangentialebene für $x = 2$ und $y = 1$.

   b) Bestimme zur Funktion $f(x,y) = \dfrac{y}{1+x^2}$ die Gleichung der Tangentialebene für $x = 1$ und $y = 2$.

   c) Berechne zur Funktion $f(x,y) = \dfrac{y}{1+x^2}$ den Zuwachs der Höhenkoordinate z auf der zugehörigen Bildfläche bzw. auf der Tangentialebene an der Stelle $x = 1$, $y = 2$ und für die Koordinatenänderung $\Delta x = 0,1$ und $\Delta y = -0,2$.

4. a) Bestimme alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der Funktion:

$$f(x,y,z) = e^{x-y}\cos(5z).$$

   b) Bestimme alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der Funktion:

$$f(x,y) = \sin(2x+3y) + 4\cos(4x+3y) + 3xy^2 - 3.$$

5. a) Berechne die relativen Minima und Maxima der Funktion:

$$f(x,y) = 2x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2.$$

b) Berechne die relativen Minima und Maxima der Funktion:

$$f(x,y) = x^2y - 6xy + x^2 - 6x + 8y^2.$$

6. Berechne die folgenden Doppelintegrale.

a) $\displaystyle\int_A (2x+y)\ dA$, wobei $A = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 1 \le x \le 2 \ \text{ und } \ x < y < x^3\Big\}$

b) $\displaystyle\int_B (3x^2+2y)\ dB$, wobei $B = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \le x \le 3 \ \text{ und } \ x-1 < y < x+1\Big\}$

c) $\displaystyle\int_C 6xy\ dC$, wobei $C = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y^2 \le x \le y^2+1 \ \text{ und } \ 0 \le y \le 1\Big\}$

d) $\displaystyle\int_D 6\cdot(x+2)\cdot(y-1)\ dD$, wobei $D = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y^2-2 \le x \le y^2+2 \ \text{ und } \ 0 \le y \le 2\Big\}$

e) $\displaystyle\int_E \Big(3y^2+1\Big)\cdot\cos(x^3)\ dE$, wobei $E = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \le x \le \tfrac{\pi}{4} \ \text{ und } \ 0 \le y \le 1\Big\}$