

Bea. Die NB sind hierbei von der Form  $g_j = 0$  und nicht wie im vorigen Kapitel  $\leq 0$ .

In vielen Fällen, insbes. in der lin. Opt. kann = für alle NB nicht erfüllt werden.

Beispiel: „Nutzenmaximierung und Haushaltsoptimum“ (vgl. Tietze)

Für  $n$  Gütermengen  $x_1, \dots, x_n$  sei  $U(x_1, \dots, x_n)$  die sog. „Nutzenfunktion“ eines (individuellen) Haushalts, z.B.

$$U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2.$$

Die Güterpreise seien  $p_1, \dots, p_n$  (pro Einheit) und das Haushaltsbudget  $C$  z.B.  $p_1 = 4$ ,  $p_2 = 16$  und  $C = 640$

Das Ziel ist natürlich, die Güter so einzusetzen, dass der Nutzen maximal wird, d.h.

$$U(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max \quad \text{unter } p_1 x_1 + \dots + p_n x_n = C$$

Lösung (in unserem Beisp.):

$$L = x_1 \cdot x_2 + \lambda (640 - 4x_1 - 16x_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 - 4\lambda \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x_2 = 4\lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 - 16\lambda \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x_1 = 16\lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 640 - 4x_1 - 16x_2 \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow 640 = (64 + 64)\lambda \Rightarrow \lambda = 5$$

$$\Rightarrow x_2 = 20, x_1 = 80 \quad U_{\max} = 1600 \quad (\text{maximales Nutzenindex})$$

Allgemein gilt

$$U(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max \quad \text{unter } \sum_{i=1}^n p_i x_i = C$$

$$\Rightarrow L = U(x_1, \dots, x_n) + \lambda (C - \sum_{i=1}^n p_i x_i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} - \lambda \cdot p_i \stackrel{!}{=} 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = C - \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{\partial U}{\partial x_i}}_{\text{Grenznutzen}} = \lambda p_i \quad \text{für } i=1, \dots, n \Rightarrow a) \frac{p_k}{p_i} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_k}}{\frac{\partial U}{\partial x_i}} \quad \begin{matrix} (1 \in i \in n) \\ (1 \in k \in n) \end{matrix}$$

$$b) \frac{\frac{\partial U}{\partial x_k}}{p_k} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_i}}{p_i} = \lambda$$

$\Rightarrow$  im Haushaltsoptimum gilt:

a) die Grenznutzen zweier beliebiges Güter verhalten sich wie die entsprechenden Güterpreise

b) der Grenznutzen pro Geldeinheit ist für sämtliche Güter gleich (z. Grössenschie Gesetz)