Endl. 2-Personen-Spiele können stets mittels eines „Auszahlungsschemas" beschrieben werden: (7)

$P_1 \backslash P_2$	t_1 … t_j … t_n
s_1	
⋮	
s_i	(a_{ij}, b_{ij})
⋮	
s_m	

mit

$a_{ij} = a(s_i, t_j)$

$b_{ij} = b(s_i, t_j)$

Dabei sind

$\Sigma_1 = S = \{s_1, \dots, s_m\}$

$\Sigma_2 = T = \{t_1, \dots, t_n\}$

die Strategiemengen der Spieler P_1 und P_2

$a_1 = a$ Ausz-Fkt. für P_1

$a_2 = b$ " " " P_2

$a, b: (S \times T) \to \mathbb{R}$

Handelt es sich um ein 2-Personen-0-Σ-Spiel $\Rightarrow$ $b_{ij} = -a_{ij}$ $\Rightarrow$ Angabe 1 Wertes ist ausreichend ~

2.3 Def. Für ein endl. 2-Pers.-Nullsummenspiel mit Strategiemengen $S = \{s_1, \dots, s_m\}$, $T = \{t_1, \dots, t_n\}$ und Auszahlungsfunktion a heißt die $(m \times n)$-Matrix A mit Elementen

$$a_{ij} = a(s_i, t_j) \quad \text{für} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{matrix}$$

die Auszahlungsmatrix (oder Gewinn-) des Spiels

Bem. Solche 2-Pers.-0-Σ-Spiele werden deshalb auch Matrixspiele genannt.

Beisp. Ausz.-Schemata bei Gefangenen-Dilemma
Ausz.-Matrix bei Schere-Stein-Papier Knobelspiel

Bem. n-Personen-Spiele heißen nicht-kooperativ wenn zwischen den Spielern keine (bindenden) Absprachen über das Verhalten im Spiel (od. eventuellen Gewinn) getroffen werden können, andernfalls kooperativ =

Beisp. Nicht kooperativ: Gefangenendilemma
Kooperativ: Steinzeitmenschen → Folie

Betr. (nochmals) das Auszahlungsschema für das Gefangenen-Dilemma

Version ①

$P_1 \backslash P_2$	g	ng
g	(-5|-5)	(0|-20)
ng	(-20|-5)	(-1|-1)

Version ②

$P_1 \backslash P_2$	g	ng
g	(-5|-5)	(-5|-20)
ng	(-20|-5)	$(-\frac{1}{2}\|-\frac{1}{2})$

$\Rightarrow$ $\exists$ Auszahlungspaare bei welchen ein Abweichen von der Strategie sowohl für P_1 wie für P_2 nachteilig ist, sofern der jeweils andere Spieler seine Strategie beibehält.

Diese sind: in ① (-5|-5)
in ② (-5|-5) und $(-\frac{1}{2}|-\frac{1}{2})$

sog. Gleichgewichts- od. Sattelpunkte

2.4 Def.: Geg. sei ein n-Personen-Spiel mit Strategiemengen $\Sigma_1, \dots, \Sigma_n$ und Elementen $s^i \in \Sigma_i$ sowie Auszahlungsfktn. $a_1, \dots, a_n$. Ein Strategie n-Tupel $(\hat{s}^1, \dots, \hat{s}^n)$ mit $\hat{s}^i \in \Sigma_i$ $(1 \le i \le n)$ heißt Gleichgewichts- oder Sattelpunkt des Spiels, wenn

$$a_i(\hat{s}^1, \dots, \hat{s}^{i-1}, s^i, \hat{s}^{i+1}, \dots, \hat{s}^n) \le a_i(\hat{s}^1, \dots \hat{s}^i, \dots \hat{s}^n)$$

gilt für alle $s^i \in \Sigma_i$ und alle $i = 1, \dots, n$.

Die Strategien $\hat{s}^1, \dots, \hat{s}^n$ heißen dann Gleichgewichtsstrategien.