

Mathematische Methoden in der Ökonomie

(Vorlesungshomepage: <http://www.uni-ulm.de/mawi/zawa/lehre/sommer2008/mathe42008.html>)

1. Gegeben sei das folgende LOP.

$$(L) \left\{ \begin{array}{lll} F(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 & \rightarrow & \min \\ -3x_1 + x_2 & \geq & 2 \\ 2x_1 + x_2 & \leq & 10 \\ x_1 - x_2 & \leq & 2 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array} \right.$$

- Wie lautet das zum LOP (L) duale LOP (D)?
 - Gebe das duale LOP (D) in Maximierungsform mit $\leq$ -Nebenbedingungen an und berechne eine optimale Lösung mit dem Simplex-Algorithmus.
 - Bestimme eine optimale Lösung des primalen LOP (L).
2. Es soll ein Ernährungsplan mit minimalen Kosten erstellt werden bei dem mindestens 21 Mengeneinheiten Kalorien und mindestens 12 Mengeneinheiten Vitamine pro Essensration angeboten werden. Dafür stehen fünf verschiedene Lebensmittelsorten zur Verfügung, aus denen der Kalorien- und Vitamingehalt K bzw. V wie folgt ermittelt wird:

$$K = x_1 + x_3 + x_4 + 2x_5$$

$$V = x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5$$

wobei x_i die verspeiste Menge des i-ten Lebensmittel bezeichnen soll.
Die Kosten für die Lebensmittel betragen pro Ration:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 20x_1 + 20x_2 + 31x_3 + 11x_4 + 12x_5.$$

- Formuliere zur Aufgabe das zugehörige primale LOP (L).
 - Formuliere das dazu duale LOP (D).
 - Löse das LOP (D) mit Hilfe des Simplex-Algorithmus.
 - Bestimme eine optimale Lösung des primalen LOP (L).
3. Beweise: Das zum dualen Problem duale Problem ergibt das primale Problem.

4. Löse das folgende LOP mit der 2-Phasen-Methode und dem dualen Simplex-Algorithmus.

$$(L) \left\{ \begin{array}{llll} F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 & \rightarrow & \max & \\ & x_1 - x_3 & \leq & 4 \\ & x_2 - x_3 & \geq & 6 \\ & x_1 + x_2 & = & 8 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array} \right.$$

5. In einer Firma werden an drei Maschinen M_1 , M_2 und M_3 die drei Produkte x_1 , x_2 und x_3 hergestellt. Die technischen Produktionskoeffizienten (Tech. Prod.), Maschinenkapazitäten (MK) und Deckungsbeiträge (DB) pro ME jedes Produkts werden dabei beschrieben durch

	Tech. Prod. x_1	Tech. Prod. x_2	Tech. Prod. x_3	MK
Maschine M_1	2	-1	1	3
Maschine M_2	1	-2	1	2
Maschine M_3	4	1	0	5
DB/ME	20	0	2	

- Ziel der Firma ist es, die Deckungsbeträge zu maximieren. Stelle dazu ein LOP auf.
- Du als Investor bist an der Übernahme der Firma interessiert. Wie solltest du das Übernahmeangebot stellen und wann wird der augenblickliche Besitzer deinem Angebot zustimmen?
Hinweis: Führe dazu als neue Variable u_i den Preis für Maschine M_i pro Tag Laufzeit ein ($i=1,2,3$).

6. Löse das LOP Nr. 2a) von Blatt 4 mit der 2-Phasen-Methode.