

Mathematische Methoden in der Ökonomie

(Vorlesungshomepage: <http://www.uni-ulm.de/mawi/zawa/lehre/sommer2008/mathe42008.html>)

1. General-Blotto-Spiel

Wir betrachten noch einmal das General-Blotto-Spiel von Übungsblatt 7. Bestimme die optimalen Strategien für den Angreifer und General Blotto im Fall von gemischten Strategien. Diskutiere Konsequenzen aus der Abweichung von der optimalen Strategie.

2. Optimierungsprobleme

Löse die folgenden Optimierungsprobleme graphisch.

a)

$$F(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{array}{rcl} (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 & \leq & 4 \\ x_1 & \geq & 1 \\ x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

b)

$$F(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & \geq & 0 \\ x_2 & \geq & -2 \end{array}$$

3. Konvexität

Für welche $\alpha \in [0, 1]$ ist die Funktion $f: \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \rightarrow x^\alpha y^{1-\alpha}$ konvex?

4. Kuhn-Tacker-Bedingung

Zeige mit Hilfe der Kuhn-Tacker-Bedingungen, dass das konvexe Optimierungsproblem

$$F(x_1, x_2) = \left(x_2 + \frac{1}{2}\right)^2 + (x_1 - 1)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 & \leq & 2 \\ 2x_1 - x_2 & \geq & 3 \\ (x_1 - 1)^2 + x_2^2 & \leq & 1 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

den Punkt $P = \left(\frac{3}{2}, 0\right)$ als optimale Lösung besitzt.

5. Optimierungsproblem

Gegeben sei das Optimierungsproblem:

$$F(x_1, x_2) = -8x_1 + x_1^2 - 4x_2 + x_2^2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- Untersuche, ob die Funktion F konvex ist.
- Prüfe, ob die Slater-Bedingung erfüllt ist.
- Bestimme graphisch eine potentielle Lösung und prüfe mit dem Satz von Kuhn-Tacker, ob das graphische ERgebnis wirklich eine optimale Lösung liefert.

Raumänderung:

- Das Freitagstutorium am 04.07.08 findet wegen der SoNaFe einmalig im folgenden Raum statt:

43.2.104 (Uni West)