

## Angewandte Stochastik I

(Abgabe: Fr., 08.05.2009, 11:15 Uhr, vor den Übungen in H22)

1. Gib jeweils eine geeignete Grundmenge für folgende zufällige Ereignisse an:

- (a) Drei nicht unterscheidbare 1-Euro-Münzen werden gleichzeitig geworfen.
- (b) Eine 1-Euro-Münze wird dreimal hintereinander geworfen.
- (c) Eine 1-Cent-Münze und eine 1-Euro-Münze werden gleichzeitig geworfen.

(4 Punkte)

2. Wir betrachten als Experiment den Wurf eines Würfels. Der Grundraum ist gegeben durch  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Außerdem sei  $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{2, 4, 6\}, \{1, 3, 5\}, \Omega\}$ .

- (a) Zeige, dass  $\mathcal{F}$  eine Algebra ist.
- (b) Warum ist  $\mathcal{F}$  in diesem Fall auch eine  $\sigma$ -Algebra?
- (c) Welches Experiment könnte  $\mathcal{F}$  modellieren?

(4 Punkte)

3. Gegeben sei ein Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  und Ereignisse  $A_i \in \mathcal{F}$  für  $i = 1, 2, 3$ .  
Zeige:

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^3 A_i\right) = \sum_{i=1}^3 \mathbb{P}(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \mathbb{P}(A_i \cap A_j) + \mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^3 A_i\right)$$

(4 Punkte)

4. Die Panzerknacker versuchen einen Safe aufzubrechen. Der Safe ist durch ein Schloss gesichert, welches durch die Eingabe einer 4-stelligen Buchstabenkombination geöffnet werden kann. Es kommen dabei nur die Großbuchstaben von A-Z in Frage. Das Ausprobieren einer Kombination dauert 5 Sekunden. Berechne, wie lange die Panzerknacker höchstens brauchen, um den Tresor zu knacken, wenn wir voraussetzen, dass:

- (a) bekannt ist, dass der erste Buchstabe ein 'A' ist.
- (b) jeder Buchstabe nur einmal vorkommt.
- (c) jeder Buchstabe nur ein einmal vorkommt und bekannt ist, dass der erste Buchstabe ein 'A' ist.

(4 Punkte)