

Angewandte Stochastik I

(Abgabe: Fr., 22.05.2009, 11:15 Uhr, vor den Übungen in H22)

- In einer Klausur ist eine Multiple Choice Aufgabe zu lösen. Sie besteht aus 6 Fragen mit jeweils 3 Antwortmöglichkeiten. Gehe davon aus, dass der Student Ferdinand Faul sich überhaupt nicht auf die Klausur vorbereitet hat und deswegen die Antworten zufällig rät. Die Zufallsvariable X gebe an, wie viele Fragen Ferdinand richtig beantwortet. Bestimme die Zähldichte dieser Zufallsvariable.
 - Die Zufallsvariable Y beschreibe die Anzahl der Reisenden, die zu einem bestimmten Zeitpunkt am Schalter der deutschen Bahn im Ulmer Hauptbahnhof warten. Wir nehmen an, dass Y Poisson verteilt ist mit Parameter λ , d.h. $Y \sim P(\lambda)$. Außerdem beschreibe die Zufallsvariable X die Anzahl der Reisenden, die am Schalter freundlich bedient werden. Falls $Y = i$ Reisende am Schalter warten, sei die Wahrscheinlichkeit, dass $X = j$ davon freundlich bedient werden gegeben durch:

$$\mathbb{P}(X = j | Y = i) = \binom{i}{j} \left(\frac{1}{\lambda}\right)^j \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^{i-j} \quad \forall j \in \{0, \dots, i\}.$$

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass j Reisende freundlich bedient werden.

(4 + 4 Punkte)

- Sei X geometrisch verteilt mit Erfolgswahrscheinlichkeit p , d.h. $X \sim Geo(p)$. Zeige die sog. Gedächtnislosigkeit, d.h. zeige, dass

$$\mathbb{P}(X \geq n_0 + k | X > n_0) = \mathbb{P}(X \geq k) \quad \forall k \in \mathbb{N}, \forall n_0 \in \mathbb{N}_0.$$

(4 Punkte)

- Beim Tierspecial der Sendung "Wer wird Millionär" tritt ein Affe an. Der Affe wählt zufällig eine Antwort aus den vier Antwortmöglichkeiten aus. Es sind bekanntlich 15 Fragen bis zur Million und man scheidet aus, wenn man eine Frage falsch beantwortet.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Affe eine Million Euro gewinnt.
- Nun wird ein neuer Joker eingeführt, der es ermöglicht falsch beantwortete Frage dadurch zu kompensieren, dass man auf der aktuellen Gewinnstufe verweilt und die Gewinnleiter nicht weiter nach oben klettert. Insgesamt sind jedoch nach wie vor höchstens 15 Fragen möglich. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Affe 16.000 € gewinnt, d.h. genau 10 Fragen richtig beantwortet.

(3 + 3 Punkte)