Prof. Dr. U. Stadtmüller
C. Hering

Sommer 2010
18.05.2010
Blatt 5

Angewandte Statistik für Biometrie

(Abgabe: Di., 25.05.2010, 13:15 Uhr, vor den Übungen)

1. Gegeben sei das lineare Modell $X_i = \beta_0 + \beta_1(t_i - \bar{t}) + \varepsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$ wobei ε_i iid Zufallsvariablen mit $\mathbb{E}(\varepsilon_i) = 0$ und $\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Wir gehen davon aus, dass t_i deterministische Größen sind und schätzen den Residuenvektor nun durch:

$$\hat{\vec{\varepsilon}} = \vec{X} - A\hat{\vec{\beta}},$$

wobei A die Designmatrix und $\hat{\vec{\beta}}$ den Least-Square-Schätzer von $\vec{\beta}$ bezeichnen soll. Man berechne die Kovarianzmatrix von $\hat{\vec{\varepsilon}}$ und zeige im Falle äquidistanter Stützstellen $t_i = ih$, $i = 1, \ldots, n$, dass für $1 \leq i, j \leq n$ gilt:

$$\mathrm{Cov}(\hat{\varepsilon}_i, \hat{\varepsilon}_j) = \mathrm{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) + \mathcal{O}(n^{-1}).$$

(5 Punkte)

2. Lade die Datensätze `dw1.dat, dw2.dat, dw3.dat` und `dw4.dat` von der Veranstaltungshomepage. Passe jeweils ein lineares Modell der Form $X_i = \beta_0 + \beta_1 t_i$ auf die Daten an, und betrachte die empirischen Residuen. Plotte jeweils die empirischen Residuen. Erzeuge Q-Q-plots. Deuten die Plots auf Unabhängigkeit beziehungsweise Normalverteilung hin? Führe jeweils einen Durbin-Watson-Test (teste ob $\rho \neq 0$) durch, um Deine Thesen zu bekräftigen.

Hinweis: Nützlich Befehle in R: `qqnorm, qqline`. Der Befehl `dwtest` findet sich im Paket `lmtest`, welches evtventuell erst installiert werden muss. Es kann von der Homepage `www.r-project.org` heruntergeladen oder in R für Windows direkt über das Menü Pakete installiert werden.

(5 Punkte)

http://www.uni-ulm.de/mawi/zawa/lehre/sommer2010/asb2010.html