UNIVERSITÄT ULM
Institut für Zahlentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen zu Grundlagen und Einzelfragen der Mathematik

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24+7 Punkte

Übungsblatt 11

Abgabe: Dienstag, 19. Januar 2010, vor den Übungen

1. Bestimme zu dem folgenden durch eine Kontrollmatrix gegebenen Code eine Generatormatrix sowie die Code- Parameter über $\mathbb{F}_2$:
$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
(7 Punkte)

2. Wir betrachten den $\mathbb{C}^n$ und darin die n Vektoren $D = \{d_0^{(n)}, \ldots, d_{n-1}^{(n)}\}$ mit
$$\left(d_k^{(n)}\right)_j = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot e^{\frac{2\pi ijk}{n}}, \quad (j, k = 0 \ldots n-1)$$
in der j- ten Komponente von $d_k^{(n)}$. Die zu dieser Basis und dem Standardskalarprodukt
$$\langle x|y\rangle = \sum_{j=0}^{n-1} x_j \overline{y}_j$$
gehörende unitäre Transformation heißt diskrete Fouriertransformation.
Zeige, daß diese Transformation unitär ist (d.h. daß diese Eigenschaft für die Darstellungsmatrix der Transformation gilt). (10 Punkte)

3. Bestimme sämtliche Fourierkoeffizienten c_n von $f(x) = \sin(2\pi x)$
   (a) durch Bererechnung der Skalarprodukte $c_n = \langle f|e_n\rangle$.
   (b) mittels direkter Umformung von $f(x)$ in eine Fourierreihe ohne Berechnung von Skalarprodukten.

(14 Punkte)