UNIVERSITÄT ULM
Institut für Zahlentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen zu Analysis I

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 1

Abgabe: Mittwoch, 28. April 2010, vor den Übungen

1. (a) Für welche Paare (a, b) reeller Zahlen ist die Abbildung

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \to a \cdot x + b$$

injektiv, surjektiv bzw. bijektiv (mit Beweis)?

(b) Gib für $y \in \mathbb{R}$ das Urbild $f^{-1}(\{y\})$ an.

(c) Falls existent bestimme die inverse Funktion f^{-1}. (8 Punkte)

2. Von den folgenden Funktionen ist zu entscheiden, welche der Eigenschaften 'Injektivität', 'Surjektivität' bzw. 'Bijektivität' sie besitzen:

(a) $f\colon [0, 1] \to \mathbb{R}, \quad x \to x^2$

(b) $g\colon [0, 1] \to [0, 1], \quad x \to x^2$

(c) $h\colon [-1, 1] \to \mathbb{R}, \quad x \to x^2$

<u>*Hinweis:*</u>
Unter dem <u>Intervall</u> $[a, b]$ versteht man die Menge $[a, b] := \{x \in \mathbb{R} |\ a \leq x \leq b\}$. (9 Punkte)

3. Wir setzen folgende Gesetze über die Addition und Multiplikation reeller Zahlen als bekannt voraus:

(AG) $(a + b) + c = a + (b + c), \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$

(DG) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c), \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$

(NE) $a \cdot 1 = a, \quad \forall a \in \mathbb{R}$

und treffen die Definitionen

(i) 2:=1+1

(ii) 3:=2+1

(iii) 4:=3+1.

Beweise unter ausschließlicher Verwendung von (AG), (DG), (NE) und den Definitionen (i), (ii) und (iii) die Aussage:

$$2 \cdot 2 = 4.$$

(7 Punkte)