Prof. Dr. U. Stadtmüller
M. Weyhmüller

Sommer 2011
03.05.2011
Blatt 4

Angewandte Statistik für Biometrie

(Abgabe: Di., 10.05.2011, vor den Übungen)

1. Erzeuge Realisierungen X_i, Y_i und Z_i ($i = 1, \dots, 250$) der Zufallsvariablen $X \sim \chi^2_5$, $Y \sim \chi^2_{13}$ und $Z \sim F_{5,13}$. Berechne dann jeweils $Q_i := \frac{X_i}{Y_i}\frac{13}{5}$.

   - Erzeuge einen QQ-Plot von Q gegen die Standardnormalverteilung und füge eine Gerade durch das erste und dritte Quartil hinzu.
   - Erzeuge einen QQ-Plot von Q gegen Z mit der Überschrift „QQ-Plot von Z und Q“. Achte darauf, dass die Quantile von Q auf der gleichen Achse wie im ersten Plot liegen.

   Interpretiere die Plots. Passen die Resultate zu den Ergebnissen aus der Vorlesung?
   Die Befehle `rf()`, `qqnorm()`, `qqline()` und `qqplot()` könnten hilfreich sein.

   (6 Punkte)

2. Betrachte das lineare Modell $X = A\beta + \varepsilon$ mit $\varepsilon \sim \mathrm{N}(0, I_n)$.

   (a) Es gelte $A \in \mathbb{R}^{n\times r}$ und $\operatorname{rang}(A) = r < n$. Zeige dass $g^\top\beta$ in diesem Fall für alle $g \in \mathbb{R}^r$ schätzbar ist.

   (b) Es sei A wie in Aufgabe 2(b) von Blatt 2, also $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ und $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)^\top$.

   Sind die Größen $\beta_1 - \beta_3$ und $\beta_1 - \beta_2$ schätzbar?

   (c) Es sei $\hat{\varepsilon} := X - A\hat{\beta}$. Wie unterscheiden sich die Kovarianzmatrizen von $\hat{\varepsilon}$ und ε?

   (2+2+2 Punkte)