



## Übungen zu Analysis II

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

### Übungsblatt 1

Abgabe: Dienstag, 26. Oktober 2010, vor den Übungen

1. Gib ein Beispiel einer Funktion  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , die auf  $[-1, 1]$  streng konvex ist und  $f''(0) = 0$  erfüllt. (8 Punkte)
2. Es sei  $P_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ein Polynom  $n$ -ten Grades mit  $n$  reellen Nullstellen, d.h. es existieren Stellen  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  mit  $P_n(x_k) = 0$  für  $1 \leq k \leq n$ .  
Zeige:
  - (a) Das Polynom  $P'_n$  hat  $n - 1$  reelle Nullstellen.
  - (b) Es ist  $P'_n(x) \neq 0$  für  $x \notin [x_1, x_n]$ . (9 Punkte)
3. Es sei  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1+x}$ .  
Finde das 3. Taylorpolynom von  $f$  mit Entwicklungspunkt 0. (7 Punkte)
4. Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$ .
  - (a) Finde sämtliche Intervalle, in denen  $f$  streng monoton wächst bzw. fällt, sowie streng konvex bzw. streng konkav ist.
  - (b) Bestimme sämtliche relativen Extrema von  $f$  und entscheide, ob es sich um absolute handelt. (9 Punkte)