

Übungen zur Elemente der Algebra

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Dienstag, 13. Dezember 2011, vor den Übungen

1. Es sei $V_4 = \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ die Kleinsche Vierergruppe.

(a) Zeige, dass V_4 ein Normalteiler von S_4 ist.

Hinweis:

Benutze dazu Aufgabe 1 von Übungsblatt 6.

(b) Bestimme sämtliche Nebenklassen von V_4 in S_4 , die als Elemente der Gruppe S_4/V_4 die Ordnung 3 haben. Gib die Elemente dieser Nebenklassen an.

(c) Zeige: $N = V_4$ ist der einzige Normalteiler von S_4 mit $|N| = 4$.

Hinweis:

Welche Ordnungen und welche Zyklentypen müssen die Elemente von N haben?

(d) Zeige: es gibt keinen Epimorphismus von S_4 auf eine zyklische Gruppe der Ordnung 6.

Hinweis:

Zeige durch Betrachtung von $(12) \circ (123) \circ (12)$ zunächst, dass S_4/V_4 nicht abelsch ist.

(16 Punkte)

2. Zeige, dass die Gruppe G/Okt aus Beispiel 1.8.3 vom Element $\eta^7 \cdot \text{Okt}$ erzeugt wird. (8 Punkte)