



## Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

### Übungsblatt 1

Abgabe: Mittwoch, 20. April 2011, vor den Übungen

1. Es seien  $m = 24024$  und  $n = 1980$  gegeben.
  - (a) Bestimme die kanonische Primfaktorzerlegung von  $m$  und  $n$ .
  - (b) Bestimme  $ggT(m, n)$  und  $kgV(m, n)$ . (5 Punkte)
2. Zeige:  $ggT(m, n) \cdot kgV(m, n) = m \cdot n$ . (4 Punkte)
3. Bestimme den größten gemeinsamen Teiler folgender Zahlen und stelle ihn als ganzzahlige Linearkombination dieser Zahlen dar:
  - (a)  $a = 323, b = 2159$
  - (b)  $a = 323, b = 2159, c = 2413$ . (7 Punkte)
4. Zeige folgende Aussagen für alle  $n \in \mathbb{N}$ :
  - (a)  $24 \mid (5^{2n} - 1)$
  - (b)  $67 \mid (827^n - 559^n)$
  - (c)  $n^2 \mid \sum_{k=1}^n k^3$  mit einem ungeraden  $n$
  - (d)  $360 \mid n^2 \cdot (n^2 - 1) \cdot (n^2 - 4)$  (8 Punkte)