



## Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

### Übungsblatt 10

Abgabe: Mittwoch, 22. Juni 2011, vor den Übungen

1. Es sei  $d(n)$  die Anzahl der Teiler von  $n$ .  
Zeige: Die zahlentheoretische Funktion  $d$  ist multiplikativ. (6 Punkte)
2. Zeige:
  - (a) Es gibt unendlich viele Primzahlen, deren Darstellung im gewöhnlichen Dezimalsystem nicht auf die Ziffer 1 endet.
  - (b) Es gibt unendlich viele Primzahlen  $p \equiv 2 \pmod{3}$ . (9 Punkte)
3. Die Folge  $(p_n)_{n=0}^{\infty}$  sei rekursiv folgendermaßen definiert:  $p_0 = 2$  und  $p_{n+1}$  sei der kleinste Primfaktor von  $p_0 \cdots p_n + 1$ .
  - (a) Zeige:  $p_n \leq 2^{(2^n)}$ .
  - (b) Folgere aus a), daß für  $x \geq 3$   
$$\pi(x) \geq \log \log x - 1$$
  
gilt. (9 Punkte)