



Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 4. Mai 2011, vor den Übungen

1. Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$.
 - (a) Zeige: Die Diophantische Gleichung $ax + by = 0$ hat unendlich viele Lösungen.
 - (b) Ist $(x, y) = (x_0, y_0)$ eine Lösung der Diophantischen Gleichung $ax + by = c$ und $(x, y) = (x_k, y_k)$ eine Lösung der Diophantischen Gleichung $ax + by = 0$, so ist auch $(x, y) = (x_0 + x_k, y_0 + y_k)$ eine Lösung von $ax + by = c$.
 - (c) Zeige: Ist $ax + by = c$ lösbar, so gibt es unendlich viele Lösungen.
 - (d) Finde fünf verschiedene Lösungen der Diophantischen Gleichung $27x + 17y = 7$. (7 Punkte)
2.
 - (a) Beweise: $ggT(n, n + 1) = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
 - (b) Es sei $n \in \mathbb{N}$. Zeige: $ggT(n, n + 4)$ kann drei verschiedene Werte annehmen. Bestimme diese (mit Beweis) und gib Beispiele für jeden der drei Fälle.

(6 Punkte)
3. Untersuche die Lösbarkeit der folgenden Diophantischen Gleichungen. Gib im positiven Falle eine Lösung an.
 - (a) $3551x + 689y = 106$
 - (b) $33x + 102y + 186z = 2$
 - (c) $11x + 13y + 17z = 1$

(11 Punkte)