



## Übungen zur Geometrie

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

### Übungsblatt 1

Abgabe: Freitag, 6. Mai 2011, vor den Übungen

1. Beweise aus den Euklidischen Axiomen (Version von Hilbert) ohne das Parallelenaxiom folgenden Satz:  
*Es seien  $P, Q, R \in E$  sowie  $P', Q', R' \in E$  paarweise verschieden, und es seien  $PQ \cong P'Q'$ ,  $PR \cong P'R'$  und  $QR \cong Q'R'$ . Dann ist  $\sphericalangle PQR \simeq \sphericalangle P'Q'R'$ .* (12 Punkte)
2. Es sei  $S^3 = \{\vec{x} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$  die Einheitssphäre im  $\mathbb{R}^3$ . Unter einem Punkt  $P$  der Riemannschen Geometrie versteht man ein Antipodenpaar  $P = \{\vec{x}, -\vec{x}\}$  mit  $\vec{x} \in S^3$ .  
Es sei  $R$  die Menge aller Punkte. Unter einer Geraden versteht man die Menge der Antipodenpaare eines Großkreises  $g = S^3 \cap E$ , wobei  $E$  eine Ebene durch den Ursprung  $\vec{0} = (0, 0, 0)$  ist.  
Es sei  $G$  die Menge aller Geraden.  
Zeige:  
Die Menge  $(R, G)$  erfüllt die Inzidenzaxiome und das Parallelenaxiom. (12 Punkte)