

Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie I

(Zu bearbeiten bis Donnerstag, den 15.11.2012, 12:15h)

1. Beantworte folgende Fragen und gib jeweils eine Begründung für die Antwort an.

- (a) Ist die Menge $\left\{ \frac{23+n}{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ beschränkt?
- (b) Existieren **reelle** Zahlen x , y und z die das Gleichungssystem

$$|x - y| = 3, \quad |y - z| = 4, \quad |z - x| = 5$$

lösen?

Falls ja: Gib sie an.

Falls nein: Finde einen Wert für $|z - x|$, so dass das System in $\mathbb{R}$ gelöst werden kann und gib die Lösung an.

Existiert eine Lösung mit $x, y, z \in \mathbb{C}$? Gib gegebenenfalls ein konkretes Beispiel an.

- (c) Gilt für alle $x, y \in \mathbb{R}$ die Ungleichung $|x| - |y| \leq |x - y|$? Finde ein Gegenbeispiel oder folgere diese Ungleichung aus der Dreiecksungleichung.

(1 + 3 + 2 Punkte)

2. Skizziere folgende Teilmengen des $\mathbb{R}^2$:

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x - 2| < 1, 1 \leq |y + 2| \leq 3\}$
- (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq x\}$
- (c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 2\}$

(1 + 1 + 1 Punkte)

3. Die Studenten eines Tutoriums haben bei Blatt 3 folgende Punktzahlen erreicht: $x_1 = 13$, $x_2 = 10$, $x_3 = 14$, $x_4 = 15$, $x_5 = 14$, $x_6 = 12$, $x_7 = 9$, $x_8 = 13$, $x_9 = 17$, $x_{10} = 10$, $x_{11} = 12$, $x_{12} = 14$. Dabei bezeichnet x_k die Punktzahl des Studenten, der in der Teilnehmerliste an k -ter Stelle steht.

- (a) Der Wert $\bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$ wird als *arithmetisches Mittel* oder als *empirischer Erwartungswert* der Werte $x_1, \dots, x_n$ bezeichnet. Berechne das arithmetische Mittel der Punktzahlen für $n = 6$.
- (b) Der Wert $s^2 := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ wird als *empirische Varianz* bezeichnet. Berechne die empirische Varianz der Punktzahlen für $n = 6$.
- (c) Berechne die folgende Doppelsumme: $\sum_{k=2}^4 \sum_{j=0}^2 (3k(j-1)^2 - 2k^2j + 1)$.
- (d) Schreibe folgende Summe mit Hilfe des Summenzeichens: $\frac{2}{3} + 1 + \frac{6}{5} + \frac{4}{3} + \frac{10}{7}$

(1 + 2 + 2 + 2 Punkte)

4. In der Cafeteria werden zwei Schokoriegel angeboten: Giggler und Raider. Ein Giggler kostet 50 Cent, enthält 20g Fett und 50g Zucker. Ein Raider kostet 1 Euro, enthält 30g Fett und 10g Zucker. Du hast großen Appetit auf Süßes und möchtest möglichst viel Energie zu Dir nehmen, allerdings maximal 300g Zucker und nicht mehr als 250g Fett. Bis auf 8 Euro auf Deiner Chipkarte hast Du kein Geld dabei.

Formuliere die Aufgabe als lineares Optimierungsproblem und skizziere den zulässigen Bereich. Finde dann graphisch eine optimale Einkaufsstrategie für folgende Brennwerte:

- Giggler und Raider haben pro Stück einen Brennwert von 1000kJ
- Giggler hat pro Stück einen Brennwert von 800kJ, Raider 1400kJ
- Giggler hat pro Stück einen Brennwert von 700kJ, Raider 1400kJ

(5 Punkte)