

## Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie I

(Zu bearbeiten bis Donnerstag, den 13.12.2012, 12:15h)

1. Familie Hagman möchte sich eine Photovoltaik-Anlage anschaffen. Die Anschaffungskosten betragen 5 000 €. Mit der gesicherten Einspeisungsvergütung ergibt eine konservative Schätzung einen Ertrag von 500 € pro Jahr. Der Ertrag wird vom lokalen Stromversorger jeweils nach Jahresfrist gutgeschrieben. Hagmans rechnen mit einer jährlichen Inflation von 3,5%.
  - (a) Berechne den Barwert (zum Zeitpunkt der Anschaffung) der ersten, zweiten und zehnten Gutschrift.
  - (b) Wie viel Prozent des Anschaffungspreises hat die Anlage nach 10 Jahren (inkl. der zehnten Gutschrift) erwirtschaftet? Wie lange muss die Anlage mindestens in Betrieb sein, bis sich die Investition lohnt?

Es handelt sich bei dieser Aufgabe um die sogenannte Kapitalwertmethode, einem Verfahren der Investitionsrechnung.

*Hinweis:* Runde gegebenenfalls auf zwei Nachkommastellen.

(2 + 2 Punkte)

2. Wegen der prekären Wohnungssituation zu Beginn des Studiums, beschließt Du ein 1-Zimmer-Appartement für 60 000 € zu erwerben. Deine Familie kann 10 000 € beisteuern, den Restbetrag finanzierst Du über einen Kredit zu 3,2% Zinsen pro Jahr. Du hast 200 € pro Monat für Mietkosten eingeplant, diese steckst Du in ein Sparschwein und zahlst damit am Ende jeden Jahres die Annuität  $A$ .
  - (a) Wie viele Jahre musst Du in der Wohnung leben, bis der Kredit abbezahlt ist? Könnte der Kredit auch mit 120 € pro Monat abbezahlt werden?
  - (b) Der Kredit läuft nach 5 Jahren (also nach der fünften Zahlung) aus. Für den Restbetrag bietet Dir die Bank eine Anschlussfinanzierung zu 4% pro Jahr mit einer Laufzeit von 10 Jahren an. Du hast Dein Studium beendet und einen unbefristeten Arbeitsvertrag, so dass Du hoffst monatlich höhere Beträge aufzubringen. Mit welchem Betrag musst Du Dein Sparschwein jeden Monat mindestens füttern, damit der Kredit zum Ende der Laufzeit getilgt ist?
  - (c) Du zahlst für den Anschlusskredit aus (b) jährlich 6 000 €. Berechne zu welchem Anteil der Betrag im ersten Jahr zur Tilgung des Kredits eingesetzt wird. Wie groß ist der Anteil der Tilgung bei der achten Zahlung der Annuität (des Anschlusskredits)?

(3 + 2 + 2 Punkte)

*Weitere Aufgaben befinden sich auf der nächsten Seite.*

3. Betrachte folgende Folgen  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$ . Entscheide jeweils ob es sich um eine konvergente oder eine divergente Folge handelt (für  $n \rightarrow \infty$ ) und begründe Deine Entscheidung. Bestimme bei Konvergenz den Grenzwert  $s$  und ein  $N \in \mathbb{N}$ , so dass  $|s_n - s| < 0,01$  für alle  $n > N$  gilt.

(a)  $s_n = \frac{-0,4n^4 + 8000n^2}{4 + 0,8n^2} + 49\,900\,003$

(b)  $s_n = 5 \cos(3\pi n) n^{-0,5}$

(c)  $s_n = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 2^k \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \\ \frac{1}{n} & \text{sonst} \end{cases}$

(d)  $s_n = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 2^k \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \\ \frac{1}{n} + 1 & \text{sonst} \end{cases}$

(2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

4. (a) Berechne den effektiven Jahreszins, bei einer nominellen Verzinsung von 8% bei halbjährlicher, quartalsweiser und täglicher Verzinsung.  
(b) Berechne den nominellen Jahreszins, bei einer effektiven Verzinsung von 8% bei halbjährlicher, quartalsweiser und täglicher Verzinsung.

*Hinweis:* Runde gegebenenfalls auf vier Nachkommastellen.

(2 + 2 Punkte)



Quelle: <http://www.clipartpal.com>, Public Domain



<https://www.uni-ulm.de/index.php?id=43468>