

Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie I

(Zu bearbeiten bis Donnerstag, den 24.01.2013, 12:15h)

1. Es sei $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit

(a) $f(x) := \sin(x) \cdot \sqrt{x}$,

(b) $f(x) := \sin(x \cdot \sqrt{x})$,

(c) $f(x) := \ln(x^2 + 3)$,

(d) $f(x) := \frac{e^x}{x^e}$,

bestimme jeweils die zweite Ableitung.

(2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

2. Es sei $D \subset \mathbb{R}$. Die Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ sind an $x_0 \in D$ differenzierbar. Bestimme

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0}$$

und beweise damit die Produktregel $\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$.

(2 Punkte)

3. Bei der Produktion von Feuerlöschsystemen für Busse der Stückzahl $x \in [0, 10]$ (in hundert) entstehen Kosten gemäß der Funktion

$$K(x) = 2x^3 - 22x^2 + 151x + 72 .$$

(a) Bestimme das Betriebsminimum und das Betriebsoptimum.

(b) Die „Feuerbus AG“ hat das Monopol. Finde den Cournot-Punkt für die Preis-Absatz-Funktion $p(x) = -7x + 127$. Ist er eindeutig?

(c) Damit Feuerbus sein Monopol nicht ausnutzt, wird von den Aufsichtsbehörden der Preis auf $p = 113$ festgelegt. Bestimme Gewinnmaximum und -minimum in dieser Situation.

(2 + 2 + 2 Punkte)

In the fall of 1972 President Nixon announced that the rate of increase of inflation was decreasing. This was the first time a sitting president used the third derivative to advance his case for reelection.

Hugo Rossi, 1996, *Mathematics is an Edifice, Not a Toolbox*,
Notices of the American Mathematical Society 43 (10): 1108
<http://www.ams.org/notices/199610/page2.pdf>

Weitere Aufgaben befinden sich auf der nächsten Seite.

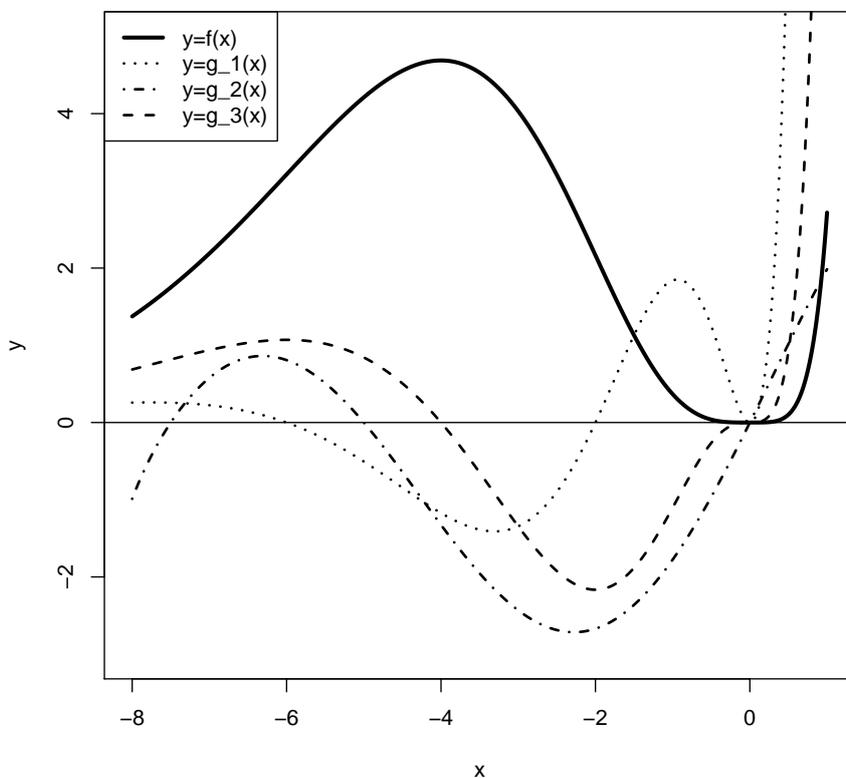
4. Bestimme alle Nullstellen, lokalen Extremwerte und Wendepunkte der Funktion

$$f : (-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x x^4.$$

Gib außerdem alle Intervalle im Definitionsbereich an, in denen f zugleich fallend und konvex ist.

(5 Punkte)

5. Im folgenden Plot wurde die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ geplottet. Außerdem wurden Plots der ersten und zweiten Ableitung hinzugefügt, sowie der Graph einer Funktion p , die nichts mit f zu tun hat. Im Schneechaos ging leider die Information verloren, welche der geplotteten Funktionen g_1, g_2, g_3 die erste/zweite Ableitung von f ist und welches die Funktion p ist, die keine Ableitung von f darstellt. Ordne den Graphen die Funktionen f', f'' und p zu und begründe Deine Entscheidung.



Der Plot ist auf der Homepage auch in Farbe verfügbar.

(3 Punkte)



<https://www.uni-ulm.de/index.php?id=43468>