Dr. Hartmut Lanzinger
Pasquale Vito Baccelliere

Sommersemester 2012
04.05.2012
Blatt 03

Angewandte Stochastik I

(Abgabe: Fr., 11.05.2012, vor den Übungen)

1. In einer Kiste werden gut gemischt 100 identische Schrauben aufbewahrt. Von den 100 Schrauben stammen 61 Schrauben aus Fabrik I und 39 Schrauben aus Fabrik II. Unter den 61 Schrauben aus Fabrik I befinden sich 2 fehlerhafte Schrauben und unter den 39 Schrauben aus Fabrik II befinden sich 3 fehlerhafte Schrauben. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür an, dass eine zufällig ausgewählte Schraube

   a) gut ist, wenn sie aus Fabrik II stammt.
   b) aus Fabrik I stammt, wenn sie fehlerhaft ist.

   (2 Punkte)

2. Die drei Freunde Franz, Anton und Heinrich treffen sich wieder zum Skatspielen (jeder bekommt 10 Karten, insgesamt sind es 32 Karten). Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

   a) Jeder der Spieler bekommt genau ein Ass.
   b) Mindestens ein Spieler hat 2 Asse, 1 Dame, 1 König, 2 Zehner, 2 Buben und 2 Siebener.*

   (6 Punkte)

3. Ein 800-Meter-Läufer ist bei einem Wettkampf Favorit. Wenn er in guter Form ist, gewinnt er das Rennen mit einer Wahrscheinlichkeit von 75%. Wenn er in schlechter Form ist, gewinnt er mit einer Wahrscheinlichkeit von 40%. In 70% aller Rennen ist der Läufer in einer guten Form. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Läufer in guter Form ist, wenn er das Rennen verliert?

   (4 Punkte)

4. Ein Fußballspieler ist von seinem Heimatverein zu einem ungeliebten Konkurrenten gewechselt. Mit diesem kommt er nun zu einem Meisterschaftsspiel in die alte Heimat zurück. Die Fans des Heimatvereins können ihn entweder jubelnd empfangen oder ihn gnadenlos auspfeifen. Die Wahrscheinlichkeit kein Tor zu schießen sei

   - 0.98, falls er eingewechselt und ausgepfiffen wird.
   - 0.85, falls er eingewechselt und bejubelt wird.
   - 0.8, falls er von Beginn an spielt und bejubelt wird.
   - 0.95, falls er von Beginn an spielt und ausgepfiffen wird.

   Die Wahrscheinichkeit von Beginn an zu spielen und ausgepfiffen zu werden sei 0.4, von Beginn an zu spielen und bejubelt zu werden sei 0.01, eingewechselt und bejubelt zu werden sei 0.005, eingewechselt und ausgepfiffen zu werden sei 0.5 und falls keines dieser Ereignisse zutrifft, dann sitzt er das ganze Spiel auf der Bank und wird weder ausgepfiffen noch bejubelt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er beim Spiel mindestens ein Tor?

b) Wenn er kein Tor schießt, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass er ausgepfiffen wurde?

(8 Punkte)

*) Die hypergeometrische Verteilung (Proposition 1.2) kann für den Fall, dass mehr als 2 verschieden farbige Kugeln aus einer Urne gezogen werden (ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge) entsprechend zur multivariaten hypergeometrischen Verteilung erweitert werden. Hierbei betrachtet man eine Urne mit N Kugeln mit c unterschiedlichen Farben. Sei m_i die Anzahl der Kugeln in der Urne mit der Farbe i, $i = 1, \ldots, c$. Die Wahrscheinlichkeit, dass unter n gezogenen Kugeln k_i viele Kugeln mit der Farbe i, $i = 1, \ldots, c$ sind, ist dann gegeben als:

$$\frac{\prod_{i=1}^{c} \binom{m_i}{k_i}}{\binom{N}{n}}$$