



Angewandte Stochastik I

(Abgabe: Fr., 15.06.2012, vor den Übungen)

1. Herr M. erwartet ein Päckchen. Vom gestrigen Informationszettel des Paketboten weiß er, dass der Paketbote zwischen 12:00 und 14:00 Uhr vorbeikommt. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Ankunftszeit des Paketboten stetig gleichverteilt auf dem Intervall [12, 14] ist.
 - a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Paketbote vor der mittleren Ankunftszeit vorbeikommt?
 - b) Herr M. beschließt, erst zwölf Minuten nach 12 Uhr daheim zu sein und von 13:15 Uhr bis 13:30 Uhr kurz zum Bäcker zu gehen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr M. den Paketboten wieder verpasst?

(2 Punkte)
2. a) Sei U eine auf dem Intervall $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsvariable. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktionen und Dichten von $Y = -(1/\lambda) \ln(U)$ für $\lambda > 0$ und von U^2 . (*Hinweis:* Zeigen Sie zunächst, dass wenn $U \sim U[0, 1]$ für die Verteilungsfunktion $F_U(x) = x$ für $x \in [0, 1]$ gilt.)
b) Bezeichne Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Zeigen Sie, dass $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ für jedes $x \in \mathbb{R}$ gilt. (*Hinweis:* Verwenden Sie ohne Beweis, dass für eine normalverteilte Zufallsvariable X $P(X \leq x) = P(-X \leq x)$ gilt.)

(7 Punkte)
3. In einer Fabrik werden Flaschen abgefüllt. Die leeren Flaschen stehen hierbei solange auf einer Waage, bis das Gesamtgewicht von 600g erreicht wird. Beim Abfüllen können kleinere Abweichungen auftreten, weshalb davon ausgegangen wird, dass der Inhalt einer Flasche (in g) als normalverteilt mit Parametern $\mu = 500$ und $\sigma^2 = 25$ angenommen wird. Weiter wird davon ausgegangen, dass die leeren Flaschen exakt 100g wiegen.
 - a) Stellen Sie die Zufallsvariable, welche das Gesamtgewicht einer Flasche beschreibt, in Abhängigkeit einer standardnormalverteilten Zufallsvariable dar. Welche Verteilung besitzt das Gesamtgewicht?
 - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt das Gesamtgewicht einer Flasche weniger als 590g?

(6 Punkte)

Hinweis: Auf der Homepage befindet sich eine Wertetabelle für die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung die zur Lösung der Aufgaben verwendet werden kann.
4. In einer Elektronikfirma werden Küchengeräte hergestellt. Man geht davon aus, dass die Lebensdauer eines Gerätes (in Betriebsstunden) sich durch die Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 0.01$ beschreiben lässt.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hält ein Gerät mehr als 120 Betriebsstunden?
- b) Ein Gerät war bereits 50 Stunden in Betrieb. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass es mehr als insgesamt 100 Betriebsstunden hält?
- c) Nach wie vielen Betriebsstunden sind 40% der Geräte, die zur gleichen Zeit produziert wurden, noch funktionsfähig?

(6 Punkte)