



## Angewandte Stochastik II

(Abgabe: Mo., 10.12.2012, vor den Übungen)

1. Eine Qualitätskontrolle eines Sportartikelherstellers ergab folgende Messungen bei produzierten Fußbällen:

Messungen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gewicht(in g)	445.4	472.0	442.8	425.8	444.2	443.1	462.9	450.5	453.0	422.9

Man geht davon aus, dass das Gewicht der Fußbälle in Gramm  $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilt ist.

- Bestimmen Sie je ein konkretes Konfidenzintervall zum Niveau  $1 - \alpha = 0.95$  für
  - $\mu$  unter der Bedingung  $\sigma^2 = 225$ , sowie bei unbekannter Varianz  $\sigma^2$ .
  - $\sigma^2$  bei unbekanntem Erwartungswert  $\mu$ .
- Testen Sie die Hypothesen  $H_0 : \mu = 450$  gegen  $H_1 : \mu \neq 450$  zum Niveau 0.05.
- Testen Sie die Hypothesen  $H_0 : \sigma^2 = 225$  gegen  $H_1 : \sigma^2 \neq 225$  zum Niveau 0.05.

(5 Punkte)

2. Es sei  $(X_1, \dots, X_n)$  eine Zufallsstichprobe, wobei  $X_i \sim \text{Exp}(\lambda)$  u.i.v. sind mit  $\lambda > 0$ . Gegeben sei die Statistik

$$T(X_1, \dots, X_n) = 2n\lambda\bar{X}$$

- Bestimmen Sie die Verteilung von  $T$ .
- Konstruieren Sie mithilfe von  $\bar{X}$  ein Konfidenzintervall für  $\lambda$  zum Niveau  $1 - \alpha$ .

(5 Punkte)

3. Sei  $(X_1, \dots, X_n)$  eine u.i.v. Stichprobe mit  $X_i \stackrel{d}{=} X \sim P(\lambda)$ . Bestimmen Sie unter Verwendung des Zentralen Grenzwertsatzes sowie des Lemmas von Slutsky (vgl. Blatt 03) ein asymptotisches Konfidenzintervall für den Parameter  $\lambda$  zum Niveau  $1 - \alpha$ .

(3 Punkte)

4. Es seien  $(X_1, \dots, X_n)$  unabhängig mit  $X_i \sim B(1, p)$  für  $i = 1, \dots, n$ . Getestet werden soll, ob  $p = p_0$  für ein  $p_0 \leq 0.25$ . Beobachtbar sei allerdings nur, ob  $\bar{X} \geq 0.3$  gilt. Deshalb wird die Hypothese abgelehnt, falls  $\bar{X} \geq 0.3$  gilt. Im Folgenden sei  $n = 10$ .

- Welches Signifikanzniveau hat der Test, falls  $p_0 = 0.2$ ?
- Für welches  $p_0 \leq 0.25$  ist die Wahrscheinlichkeit am höchsten, dass die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie stimmt?

(6 Punkte)