

Survival Analysis

(Abgabe: Mo., 22.10.2012, vor den Übungen)

1. Berechne die Dichten und Hazard-Funktionen in folgenden parametrischen Modellen:

(a) **Log-Normalverteilung**¹: ($\sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}$)

$$S(x) = 1 - \Phi\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)$$

(b) **Gammaverteilung**²: ($\beta, \lambda > 0$)

$$S(x) = 1 - I(\lambda x, \beta)$$

(c) **Verallgemeinerte Gammaverteilung**²: ($\alpha, \beta, \lambda > 0$)

$$S(x) = 1 - I(\lambda x^\alpha, \beta)$$

Welche Verteilung bekommt man, im Falle $\alpha = \beta = 1$? Und im Falle $\beta = 1$ und α, λ frei?

(d) **Pareto Verteilung**: ($\theta > 0, \lambda > 0, x \geq \lambda$)

$$S(x) = \frac{\lambda^\theta}{x^\theta}$$

(7 Punkte)

2. Erstelle jeweils einen Plot für die Survival- und die Hazard-Funktionen in den folgenden Modellen.

Berücksichtige dabei folgende Parameterkonstellationen:

(a) Log-Normal: $\mu = 0$ und σ so, dass die Hazard-Funktion einmal monoton fallend und einmal unimodal ist.

(b) Weibull (vgl. Vorlesung). Um die Survival- und die Hazardfunktion zu definieren, benutze die R-Befehle `dweibull`, `pweibull` (Weibull-Dichte und Weibull-Verteilung).

Vorsicht: Die Parameter sind in R anders als in der Vorlesung!

Wähle erstmals $\lambda = 0.25$ und α so, dass die Hazardfunktion einmal monoton fallend (α_1), einmal konstant (α_2) einmal buckelförmig (α_3) ist. Dann wähle $\alpha = \alpha_1$ und variiere λ , und am Ende wähle $\alpha = \alpha_3$ und variiere wiederum λ .

(5 Punkte)

<http://www.uni-ulm.de/mawi/zawa/lehre/winter2012/sana2012.html>

¹ $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ ist die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung.

² $I(t, \beta) := \frac{\int_0^t u^{\beta-1} e^{-u} du}{\Gamma(\beta)}$ heißt die (untere) regularisierte Gamma-Funktion.