

Survival Analysis

(Besprechung: Mo., 5.11.2012)

1. Bei einem Tierversuch soll die Auswirkung der Fressgewohnheiten auf die Tumorfrequenz untersucht werden. Dabei werden weiblichen Ratten, die zufällig fünf verschiedenen Fütterungsgruppen (Kontrollgruppe, rein pflanzlich [1 & 2], pflanzlich mit Ballaststoffen [1 & 2]) zugeordnet sind, Brustkrebszellen in einer chemisch aufbereiteten Lösung verabreicht. Sechs Wochen nach der Verabreichung beginnt die Beobachtungszeit, indem die Tiere auf Tumorbildung untersucht werden. Diese Untersuchung wird alle 7 Tage wiederholt und endet nach 14 Wochen. Als Untersuchungsergebnis wird dabei jeweils das Auftreten (in Tagen nach Verabreichen der Lösung) des ersten Tumors festgehalten. Beschreibe die Zensierungsmechanismen bei den folgenden vier Versuchstieren.

- Eine Ratte wies schon bei der ersten Untersuchung einen Tumor auf.
- Ein Tier überlebte den Versuch, ohne an Krebs zu erkranken.
- Bei einer Ratte wurde ein Tumor zum ersten Mal bei der siebten Untersuchung festgestellt.
- 37 Tage nach der Verabreichung der chemischen Lösung, jedoch völlig unabhängig davon, starb ein Tier an einer Lungenentzündung.

(3 Punkte)

2. Sei T eine Überlebenszeit mit Survivalfunktion

$$S(t) = \mathbb{I}_{[0,1]}(t) + \frac{1}{t^\theta} \mathbb{I}_{(1,+\infty)}(t), \quad \theta > 0.$$

Die Daten $\{(T_i^*, \delta_i), i = 1, \dots, n\}$ seien Typ I-rechtszensiert mit fester Zensierungszeit $C_r = C > 1$.

- Berechne die Log-Likelihood-Funktion $l(\theta) = l((T_1^*, \delta_1), \dots, (T_n^*, \delta_n); \theta)$ und den Maximum-Likelihood Schätzer $\hat{\theta}_n$ für den Parameter θ .
- Wie verhält sich $\hat{\theta}_n$ asymptotisch? (Untersuche ihn auf Konsistenz)
- Berechne $\hat{\theta}_{10}$ anhand der konkreten Stichprobe:

$$B = \{(10, 0), (6, 1), (4, 1), (10, 0), (8, 1), (9, 1), (4, 1), (7, 1), (6, 1), (8, 1)\}$$

(3+4+2 Punkte)