

Survival Analysis

(Besprechung: Mo., 19.11.2012)

1. Betrachte den ML-Schätzer $\hat{\theta}_n$, den Du bei der Aufgabe 2 (Übungsblatt 3) hergeleitet hast.
 - (a) Berechne seine asymptotische Varianz $\text{var}_a(\hat{\theta})$.
 - (b) Bestimme einen konsistenten Schätzer für die asymptotische Varianz.
 - (c) Berechne ein asymptotisches 95% Konfidenzintervall für $\hat{\theta}_{10}$ anhand der konkreten Stichprobe:

$$B = \{(10, 0), (6, 1), (4, 1), (10, 0), (8, 1), (9, 1), (4, 1), (7, 1), (6, 1), (8, 1)\}$$

(4+1+1 Punkte)

2. (Fortsetzung der Aufgabe 3 - Blatt 4)

- (a) Simuliere zusätzlich folgende Situationen:

- iii Die Studie fängt eigentlich 12 Stunden nach der Verabreichung des Medikamentes an (man kann also nicht beobachten, was im ersten halben Tag passiert).
- iv Die Studie beschränkt sich auf die Individuen, die 12 Stunden nach der Verabreichung des Medikamentes noch leben, und dauert 4.5 Tage.
- v Das Experiment wird unterbrochen, wenn das Ereignis 2000 mal eingetreten ist. Wie lange dauert das Experiment in diesem Fall?

Gib für jeden Fall die Werte von T_i^* und, für iii und iv, δ_i (bzw ε_i) für $i = 1, \dots, n$ an. Stelle zusätzlich die Beobachtungen graphisch dar und erzeuge (für die Fälle i bis iv) das entsprechende *survival objekt* mit dem Befehl `Surv` aus dem Paket `survival`.

- (b) Schreibe die Likelihoodfunktion (mit den Parameter *shape* und *scale*) im Fall (iii) auf

(2+1 Punkte)

3. Man betrachte die Zufallsvariable $S : (\Omega, \mathcal{A}, P) \rightarrow \mathbb{R}$, mit $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_6\}$ und $\mathcal{A} = \mathcal{P}(\Omega)$ (die Potenzmenge von Ω), die folgendermaßen aussieht:

$$S(\omega) = \mathbb{I}_{\omega_1}(\omega) + 2\mathbb{I}_{\omega_2}(\omega) + 3\mathbb{I}_{\omega_3}(\omega) + 4\mathbb{I}_{\omega_4}(\omega) - 6\mathbb{I}_{\omega_6}(\omega).$$

Betrachte zusätzlich die Mengen:

$$\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}; \tag{1}$$

$$\mathcal{F}_1 = \sigma\{\{\omega_1, \dots, \omega_4\}, \{\omega_5, \omega_6\}\}; \tag{2}$$

$$\mathcal{F}_2 = \sigma\{\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}, \{\omega_4\}, \{\omega_5, \omega_6\}\}; \tag{3}$$

$$\mathcal{F}_3 = \mathcal{P}(\Omega); \tag{4}$$

Schreibe die Mengen $\mathcal{F}_1$ und $\mathcal{F}_2$ ausführlich auf. Ist $F = \mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3$ eine Filtration? Bezüglich welcher der gegebenen σ -Algebren ist S messbar?

(3 Punkte)