

## Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 20=24-4 Punkte

Abgabe: Freitag, 16. November 2012, vor den Übungen

1. In welcher der folgenden Kongruenzen darf der gemeinsame Faktor 3 gekürzt werden (mit Begründung)?

(a)  $3 \cdot 5 \equiv 3 \cdot 26 \pmod{9}$

(b)  $3 \cdot 11 \equiv 3 \cdot 34 \pmod{23}$  (2 Punkte)

2. (a) Finde alle Lösungen der Kongruenz  $71x \equiv 12 \pmod{93}$ .

(b) Welchen Rest läßt  $13^{276}$  bei Division durch 12?

(c) Bestimme die letzten beiden Ziffern von  $2^{1000}$ . (9 Punkte)

3. Zeige, dass die Kongruenzrelation eine Äquivalenzrelation darstellt, d.h. überprüfe auf Reflexivität, Symmetrie und Transitivität. (5 Punkte)

4. Pierre de Fermats Vermutung, daß alle Fermatzahlen  $F_k := 2^{2^k} + 1$  prim seien, wurde 1732 von Leonhard Euler mit dem Beispiel der zusammengesetzten Zahl  $F_5 = 2^{32} + 1$  widerlegt. Folgere aus den beiden Gleichungen

$$641 = 5 \cdot 2^7 + 1 \quad \text{und} \quad 641 = 5^4 + 2^4$$

die Gültigkeit von

$$641 \mid (2^{32} + 1).$$

(4 Punkte)

5. An welchen Wochentagen fanden oder finden folgende Ereignisse statt:

(a) die Schlacht von Waterloo (18. Juni 1815)

(b) der Todestag von Carl- Friedrich Gauß (23. Februar 1855)

(c) der Fall der Berliner Mauer (9. November 1989)

(d) die Abgabe dieses Übungsblattes (16. November 2012) (4 Punkte)

**Aufgabe 5 kann mit Übungsblatt 5 zusammen abgegeben werden.**