

## Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Freitag, 7. Dezember 2012, vor den Übungen

1. Bestimme  $5^{1280} \bmod 168$ . (4 Punkte)
2. Finde die kleinste Zahl  $n \in \mathbb{N}$  mit  $\varphi(n) < \frac{n}{4}$ . (4 Punkte)
3. (a) Bestimme die multiplikativen Inversen von  $10 \bmod 11$  und  $3 \bmod 13$ .  
(b) Gib die kleinste positive Lösung des Systems

$$\begin{aligned}x &\equiv 1 \bmod 5 \\x &\equiv 4 \bmod 11 \\x &\equiv 6 \bmod 13\end{aligned}$$

an. (7 Punkte)

4. Der preußische Generalfeldmarschall Gebhard Leberecht von Blücher ruft die frisch eingetroffenen Soldaten vor der Schlacht bei Waterloo zum Appell. Lässt er die Rekruten in Zwölfer- Reihen antreten, bleiben sieben Soldaten übrig, bei 13er- Reihen fünf und bei 25er- Reihen schließlich elf. Von König Friedrich Wilhelm III. hatte Blücher erfahren, dass er zwischen 4000 und 5000 neue Soldaten zur Verfügung hat, um General Wellington an besagtem Sonntag zu unterstützen. Welche Anzahl neuer Soldaten lässt Blücher formieren? Wie groß sollte er die Reihen wählen, damit die Rechnung ohne Rest aufgeht, wobei ausgeschlossen sei, dass alle hintereinander aufgestellt werden? (6 Punkte)
5. Zeige durch Reduktion auf eine Kongruenz mit einem geeigneten Modul, dass die Diophantische Gleichung

$$x^2 + x + 18y^n = 8$$

für eine beliebige natürliche Zahl  $n$  unlösbar ist. (3 Punkte)