



Übungen zur Algebra

Prof. Dr. Helmut Maier, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Dienstag, 15. Januar 2013, vor den Übungen

1. Es sei ζ_k eine k -te Einheitswurzel und $\mathbb{Q}(\zeta_k)$ der Körper der k -ten Einheitswurzeln.
Zeige, dass die Größe $\zeta_k + \zeta_k^{-1}$ für $k > 2$ stets einen Zwischenkörper vom Grad $\frac{1}{2}\varphi(k)$ über \mathbb{Q} erzeugt. (8 Punkte)
2. Wie betrachten den Körper der achten Einheitswurzeln als Körpererweiterung über \mathbb{Q} . Bestimme deren Galoisgruppe und die zugehörigen Zwischenkörper und drücke diese durch Adjunktion von Quadratwurzeln aus. (8 Punkte)
3. (a) Wie betrachten nun den Körper der siebten Einheitswurzeln als Körpererweiterung über \mathbb{Q} . Bestimme deren Galoisgruppe und die zugehörigen Zwischenkörper.
(b) Was ist die definierende Gleichung des Körpers $\mathbb{Q}(\zeta_7 + \zeta_7^{-1})$? (8 Punkte)