Dr. H. Lanzinger
M. Harder

Winter 2013/2014
30.10.2013
Blatt 3

Übungen zu Höhere Mathematik I

(Abgabe am Mittwoch, den 06.11.2013, 12:00h vor dem Klinikhörsaal)

1. Beweise das folgende Additionstheorem für den Cosinus Hyperbolicus:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : \cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y).$$

(2 Punkte)

2. (a) Leite jeweils die Umkehrfunktion von $\cosh : [0, \infty) \to D_{\text{arcosh}}$ und $\coth : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to D_{\text{arcoth}}$, sowie ihre Definitionsbereiche D_{arcosh} und D_{arcoth} her. Gehe dabei wie bei der Herleitung von arsinh in der Vorlesung vor.
   (b) Zeige, dass es sich bei den in Aufgabenteil (a) bestimmten Funktionen tatsächlich um die Umkehrfunktionen handelt. Überprüfe also jeweils, ob $f \circ f^{-1} \equiv \mathrm{Id}$ und $f^{-1} \circ f \equiv \mathrm{Id}$ gilt.
   (c) Bestimme jeweils die Ableitung der in Aufgabenteil (a) bestimmten Funktionen.

(4 + 4 + 2 Punkte)

3. Zeige, dass für alle $x \in \mathbb{R}$

$$\cos(3x) = 4\cos^3(x) - 3\cos(x)$$

gilt. Wie in der Vorlesung wird hier die Schreibweise $\cos^3(x) := \big(\cos(x)\big)^3$ verwendet.

(2 Punkte)

4. Bestimme $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \arccos(x)$ für $x \in (-1, 1)$.

(1 Punkt)

5. Bestimme alle Lösungen der folgenden Gleichungen:
   (a) $\log_2(x) + \log_4\big(1 - \frac{9}{x}\big) = 2$
   (b) $\log_x(2x^2 - x) = 3$
   (c) $9^x - 3^x = 3^{x+1} + 5$

(2 + 2 + 2 Punkte)

6. (a) Zeige (mittels vollständiger Induktion), dass $\cos(k\pi) = (-1)^k$ für $k \in \mathbb{Z}$ gilt.
   (b) Verwende Teilaufgabe (a) um zu zeigen, dass

$$\sin(x + k\pi) = \begin{cases} \sin(x) & \text{falls } k \text{ gerade} \\ -\sin(x) & \text{sonst} \end{cases}$$

   für alle $k \in \mathbb{Z}$ gilt.

(2 + 1 Punkte)

Je zwei Studierende sollten gemeinsam eine Lösung abgeben. Bei Abweichungen von ±1 (Abgabe alleine oder zu dritt) wird ein Punkt abgezogen, bei größeren Abweichungen alle Punkte. Bitte jeweils Vorname, Nachname und SLC-Login gut lesbar auf das Blatt schreiben.

`https://www.uni-ulm.de/?id=51083`