Dr. H. Lanzinger
M. Harder

Winter 2013/2014
20.11.2013
Blatt 6

Übungen zu Höhere Mathematik I

(Abgabe am Mittwoch, den 27.11.2013, 12:00h vor dem Klinikhörsaal)

1. Seien $\xi, \eta \in \mathbb{R}$. Bestimme jeweils alle Funktionen y mit $y(\xi) = \eta$, die die folgenden Differenzialgleichungen lösen:
   (a) $y' = 2x^3y + \exp\left(\frac{1}{2}x^4\right)$
   (b) $y'(1 + x^4) = xy$

   (2 + 2 Punkte)

2. Es seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig und $\xi, \eta \in \mathbb{R}$. Wir betrachten die Differenzialgleichung
   $$y' = f(x)g(y), \quad y(\xi) = \eta.$$
   Zeige, dass sich bei der Lösung der Differenzialgleichung durch die Methode der Trennung der Veränderlichen im Fall $g(y) = y$ genau die Lösung einer homogenen linearen Differenzialgleichung 1. Ordnung aus der Vorlesung ergibt.

   (2 Punkte)

3. Bestimme (mindestens) zwei verschiedene Lösungen der folgenden Differenzialgleichungen:
   (a) $y'' = -5y - 3y'$,
   (b) $4y' = y'' + 4y$,
   (c) $6y = y'' + y'$.

   (2 + 2 + 2 Punkte)

4. Bestimme eine Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:
   (a) $y' = \frac{1}{1+x^2} + \frac{y^2}{x^2+1}$, $y(0) = 0$.
   (b) $y''' + 2y'' = 0$, $y(0) = 1$ und $y(1) = 0$. Wie viele verschiedene Lösungen kannst Du finden? (Lösungen gelten als verschieden, wenn sie sich in mindestens einem $t \in \mathbb{R}$ unterscheiden.)
   (c) $y' = \frac{x^2+y^2}{xy}, y(1) = 2$ für $x \in [1, 3]$
   (d) $\frac{y'}{y} = y^2 \sin(x) + \frac{1}{2}\tan(x), y(0) = 2$ für $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

   (2 + 2 + 3 + 3 Punkte)

5. Es sei u_0 eine Lösung der Differenzialgleichung $u''+u = 0$. Zeige, dass dann durch $y_0(x) := u\left(\mathrm{e}^{-x}\right)$ eine Lösung der Differenzialgleichung $y'' + y' + \mathrm{e}^{-2x}\, y = 0$ gegeben ist.

   (2 Punkte)

Je zwei Studierende sollten gemeinsam eine Lösung abgeben. Bei Abweichungen von ± 1 (Abgabe alleine oder zu dritt) wird ein Punkt abgezogen, bei größeren Abweichungen alle Punkte. Bitte jeweils Vorname, Nachname und SLC-Login gut lesbar auf das Blatt schreiben.

`https://www.uni-ulm.de/?id=51083`