Dr. H. Lanzinger
M. Harder

Winter 2013/2014
27.11.2013
Blatt 7

Übungen zu Höhere Mathematik I

(Abgabe am Mittwoch, den 04.12.2013, 12:00h vor dem Klinikhörsaal)

1. Betrachte folgende Differenzialgleichung:

$$y'' - 3y' - 10y = \mathrm{e}^{4x}\,.$$

   (a) Bestimme eine Lösung y_a der Differenzialgleichung.

   (b) Bestimme eine Lösung y_b der Differenzialgleichung, die die beiden Anfangswerte $y_b(0) = 2$ und $y_b'(0) = 9$ erfüllt. Außerdem soll $y_a(x) \neq y_b(x)$ für mindestens ein $x \in \mathbb{R}$ gelten.

(3 + 3 Punkte)

2. Es sei $r > 0$, $\theta \in (-\pi, \pi]$ und $z := r\,\mathrm{e}^{i\theta}$. Außerdem sei $\varphi \in \mathbb{R}$ mit

$$\varphi = \begin{cases} \pi & \text{falls } z \in \mathbb{R}, z < 0 \\ 2\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(z)}{\mathrm{Re}(z)+|z|}\right) & \text{sonst.} \end{cases}$$

   gegeben.

   (a) Zeige, dass $\tan(\varphi) = \tan(\theta)$ für $\theta \in (-\pi, 0] \setminus \{-\frac{\pi}{2}\}$ gilt. Zeige dann, dass $\tan(\varphi) = \tan(\theta)$ auch für $\theta \in (0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$ gilt.

   (b) Zeige, dass $\varphi = \theta$ für alle $\theta \in (-\pi, \pi]$ gilt.

   Hinweis: Evtl. ist $\tan(x + y) = \frac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}$ für $x, y \in \mathbb{R}$ (siehe Vorlesung) hilfreich.

(3 + 3 Punkte)

3. Betrachte folgende Differenzialgleichung:

$$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = \mathrm{e}^{2x}\,.$$

   (a) Bestimme eine Lösung y_a der Differenzialgleichung.

   (b) Bestimme eine Lösung y_b der Differenzialgleichung, die die Anfangswerte $y_b(0) = 1$ sowie $y_b(1) = 0$ und $y_b'(0) = 0$ erfüllt. Außerdem soll $y_a(x) \neq y_b(x)$ für mindestens ein $x \in \mathbb{R}$ gelten.

(3 + 3 Punkte)

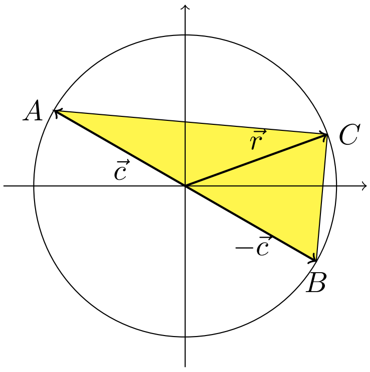
4. Löse das Randwertproblem

$$y'' + 2y' + 2y = \sin(2x), \quad y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{6}{5}.$$

(3 Punkte)

Eine weitere Aufgabe befindet sich auf der nächsten Seite.

5. Es sei $\vec{c} \in \mathbb{R}^2$ ein Vektor in der Ebene. Der Vektor $\vec{r}$ sei ein Vektor auf dem Kreis um den Ursprung mit Radius $|\vec{c}|$, der nicht parallel zu $\vec{c}$ ist. Beweise den Satz von Thales. Zeige also, dass das Dreieck mit den Ecken A, B und C ein rechtwinkliges Dreieck ist (vergl. Skizze).



Hinweis: Es genügt zu zeigen, dass die Vektoren, die die beiden kürzeren Seiten bilden, senkrecht zueinander sind.

(3 Punkte)

Je zwei Studierende sollten gemeinsam eine Lösung abgeben. Bei Abweichungen von ± 1 (Abgabe alleine oder zu dritt) wird ein Punkt abgezogen, bei größeren Abweichungen alle Punkte. Bitte jeweils Vorname, Nachname und SLC-Login gut lesbar auf das Blatt schreiben.

`https://www.uni-ulm.de/?id=51083`