Dr. K. Stadtmüller
M. Harder

Sommer 2013
17.04.2013
Blatt 1

# Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie II

(Zu bearbeiten bis Mittwoch, den 24.04.2013, 14:00h)

1. Gegeben sind folgende Matrizen:

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 9 & 4 \\ -4 & -6 & 3 \\ 4 & -9 & -6 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix} \qquad C := \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -4 & 6 & -1 \\ -3 & 2 & 9 \\ 2 & -5 & 9 \end{pmatrix}$$

sowie die Matrizen $B := \left(b_{ik}\right)_{i=1..3,k=1..4}$ und $D := \left(d_{jm}\right)_{j,m=1..3}$ mit

$$b_{ik} := 2i - k \qquad d_{jm} := (1 - \delta_{jm})(m - j^2)\ .$$

Dabei ist $\delta_{jm}$ das Kronecker-Symbol, also $\delta_{jm} = 1 \iff j = m$ und $\delta_{jm} = 0$ sonst.

(a) Gib eine explizite Form von $B$ und $D$ an.

(b) Berechne, sofern möglich, folgende Matrizen. Begründe andernfalls, weshalb eine Berechnung nicht möglich ist

- $ABC$, $A(B + C)$
- $AC$, $C^\top A$, $AC^\top$
- $B^0$, $D^4$, $(A + C)B$

(2 + 8 Punkte)

2. Beweise Aussage (3) von Satz 1.4 aus der Vorlesung. Zeige also, dass für Matrizen $A$, $D$ und $C$

$$(A + D)C = AC + DC$$

gilt, sofern die jeweiligen Produkte definiert sind.

(3 Punkte)

3. Im Beispiel zum Thema „Zeitliche Marktentwicklung“ aus dem Vorlesungsbegleiter ist ab dem vierten Monat folgendes, monatliches Wechselverhalten der Konsumenten zu beobachten:

| zu \ von | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | 0,8 | 0,05 | 0,05 | 0,1 |
| $P_2$ | 0,05 | 0,7 | 0,1 | 0,15 |
| $P_3$ | 0,05 | 0,1 | 0,75 | 0,1 |
| $P_4$ | 0,1 | 0,15 | 0,1 | 0,65 |

Bestimme die Marktanteile für folgende Situationen:

(a) Die Marktanteile zu Beginn des vierten Monats sind durch $M := \frac{1}{10} \cdot (1, 3, 2, 4)^\top$ gegeben. Berechne die Marktanteile im siebten Monat (nach drei Wechseln).

(b) Die Marktanteile zu Beginn des vierten Monats sind durch $M := \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)^\top$ gegeben. Berechne die Marktanteile ein Jahr später (nach zwölf Wechseln).

(2 + 2 Punkte)

*Weitere Aufgaben befinden sich auf der nächsten Seite.*

4. Untersuche, welche der folgenden Mengen einen Vektorraum darstellt, begründe Deine Antwort:

   (a) Die Menge $M := \left\{(a_n)_{n\in\mathbb{N}} : \lim_{n\to\infty} a_n < \infty\right\}$ mit der üblichen Addition und skalaren Multiplikation für Folgen.

   (b) Die Menge aller divergenten Folgen mit der üblichen Addition und skalaren Multiplikation für Folgen.

   (c) Die Menge $M := \left\{A \in \mathbb{R}^{7\times 7} : a_{11} = -1\right\}$ mit der üblichen Addition und skalaren Multiplikation für Matrizen.

   (d) Die Menge $M := \left\{A \in \mathbb{R}^{6\times 7} : a_{11} = 0\right\}$ mit der üblichen Addition und skalaren Multiplikation für Matrizen.

(2 + 2 + 2 + 2 Punkte)