

## Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie II

(Zu bearbeiten bis Mittwoch, den 10.07.2013, 14:00h)

1. Berechne in jeder Teilaufgabe mindestens zwei Integrale:

(a) i.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x)^3 \cos x \, dx$

ii.  $\int \frac{t}{1+t^4} \, dt$

iii.  $\int_1^3 \frac{9y}{\sqrt{9-y^2}} \, dy$

(b) i.  $\int_5^9 \frac{5x+9}{x^2+2x-15} \, dx$

ii.  $\int \frac{2(z-1)}{z^2-6z+9} \, dz$

iii.  $\int \frac{4x^3+3x^2+18x+15}{x^4+9x^2+20} \, dx$

(c) i.  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (\tan x)^2 \, dx$

ii.  $\int t^2 e^{-2t} \, dt$

iii.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(2x))^2 \, dx$

(d) i.  $\int \frac{1}{1+t^4} \, dt$

ii.  $\int \frac{\exp(\sqrt{y})}{\sqrt{y}} \, dy$

iii.  $\int_3^5 \frac{\cos(u^{-1})}{u^3} \, dx$

(2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

2. (a) Finde Funktionen  $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und  $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\int f_1(x)f_2(x) \, dx \neq \int f_1(x) \, dx \int f_2(x) \, dx$$

und berechne die vorkommenden Integrale.

(b) Finde reelle Zahlen  $a < b$  und Funktionen  $g_1 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  und  $g_2 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\int_a^b g_1(x)g_2(x) \, dx = \int_a^b g_1(x) \, dx \int_a^b g_2(x) \, dx$$

und berechne die vorkommenden Integrale.

(3 + 3 Punkte)

*Weitere Aufgaben befinden sich auf der nächsten Seite.*

3. Berechne das folgende Integral:

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

*Hinweis:* Eventuell ist partielle Integration, eine (oder mehrere?) der Substitutionen  $u = 1 - x^2$ ,  $u = \sin x$ ,  $x = \cos u$ ,  $u = x^2$ , oder eine Kombination der verschiedenen Methoden hilfreich.

(5 Punkte)

4. Wegen der zunehmenden Anzahl an Studierenden (und deren Wunsch nach mehr Burgerbuffet) investiert ein Studentenwerk 3 000 in den Ausbau seiner Cafeteria. Das zusätzliche Angebot und die größeren Verkaufsflächen führen zum Zeitpunkt  $t$  (in Jahren seit dem Umbau) zu einem Erlös von  $1\,500 - 10t$ , allerdings auch zu Kosten für Wartungsarbeiten von  $250 + 90t$ . Zudem kann man zur Zeit  $t$  mit einem möglichen Liquidationserlös von  $2\,500 - 250t$  rechnen. Die Kalkulation findet mit stetiger Verzinsung von 6% statt.

Berechne die optimale wirtschaftliche Nutzungsdauer sowie den Kapitalwert 10 und 25 Jahre nach der Investition.

*Hinweis:* Alle Angaben sind in 1 000 €.

(6 Punkte)