ulm university universität ulm

Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Freitag, 19. Dezember 2014, vor den Übungen

1. (a) Bestimme die Ordnung von 26 mod 37.

   (b) Handelt es sich dabei um eine Primitivwurzel modulo 37? (4 Punkte)

2. (a) Es sei $n \in \mathbb{N}$ mit $ggT(n, 10) = 1$.
   Zeige, dass ein $k \leq n$ existiert, so dass die k- stellige Zahl $111\ldots111$ durch n teilbar ist.

   (b) Zeige, dass jede natürliche Zahl Teiler einer Zahl der Form $999\ldots999000\ldots000$ ist.

   (c) Zeige, dass zu jedem $n \in \mathbb{N}$ ein Vielfaches der Form

   $$\left(\sum_{i=0}^{a} 10^i\right) \cdot 10^b$$

   mit $a, b \in \mathbb{N}_0$ existiert, wobei $b = 0$ gilt, sofern $ggT(n, 10) = 1$ ist. (6 Punkte)

3. Zeige, dass jede zyklische Gruppe abelsch ist. (2 Punkte)

4. Es sei $G = ((\mathbb{Z}/98\mathbb{Z})^*, \cdot)$.

   (a) Bestimme $|G|$ und gib G explizit an.

   (b) Berechne 3^{21} mod 98.

   (c) Zeige, dass 9 keine Primitivwurzel modulo 98 ist.

   (d) Beweise, dass G zyklisch ist.

   (e) Zeige, dass G acht Untergruppen besitzt.

   (f) Konstruiere eine Untergruppe der Ordnung 14 und gib deren Elemente explizit an.

   (g) Bestimme die Ordnung der von 93 mod 98 erzeugten Untergruppe.

   (h) Drücke das multiplikative Inverse von 55 mod 98 als Potenz von 3 aus. (12 Punkte)