Prof. Dr. W. Kratz
M. Harder

Winter 2014/2015
10.11.2014
Blatt 04

Übungen zu Höhere Mathematik III

(Abgabe am Freitag, den 14.11.2014, 10:00h vor H14)

1. Es sei $a \in \mathbb{R}$ und

$$y(x) := \sum_{k=0}^{\infty} \binom{a}{k} x^k$$

für $x \in (-1, 1)$. Es darf ohne Beweis vorausgesetzt werden, dass die Reihe für alle $x \in (-1, 1)$ absolut konvergiert. Zeige:

   (a) $(1 + x)y'(x) = ay(x)$ für $x \in (-1, 1)$.

   (b) $y(x) = (1 + x)^a$ für $x \in (-1, 1)$.

(3 + 3 Punkte)

2. Bestimme das maximale Lösungsintervall der Lösungen folgender Anfangswertprobleme:

   (a) $y' = 2 - 2y + y^2$, $y(0) = 0$.

   (b) $y' = x + \sqrt{1 + y^2}$, $y(0) = 1$.

(3 + 3 Punkte)

3. Schreibe die folgenden Systeme von Differentialgleichungen jeweils als ein System erster Ordnung:

   (a) $\ddot{x}_1 = \dot{x}_1^2 + \dot{x}_1 + x_2 - \pi$,
   $\dot{x}_2 = \dot{x}_1 x_2^2 - \sin(x_1 + x_2)$.

   (b) $y_1'' = y_1' + x^2 y_2 - y_2' + x y_2 - \cos x$,
   $y_2'' = 3y_2' - 4y_2 + x y_1 + \sin x$.

(2 + 2 Punkte)

4. Berechne für das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{1}{1 + x^2} - 2y^2, \quad y(0) = 0$$

eine Näherung für $y(1)$ mittels des Runge-Kutta-Verfahrens (4. Ordnung) mit Schrittweite $h = 0{,}01$. Gib die berechnete Näherung sowie den Quelltext der dabei verwendeten Implementierung an.

(6 Punkte)

Die Lösung kann in Gruppen erarbeitet, soll aber zu zweit aufgeschrieben und abgegeben werden. Bitte jeweils Vorname, Nachname und SLC-Login gut lesbar auf das Blatt schreiben.

https://www.uni-ulm.de/?id=58157