

## Übungen zu Höhere Mathematik III

(Abgabe am Montag, den 02.02.2015, 14:00h vor H3)

1. Bestimme für die folgenden Funktionen jeweils *alle* Darstellungen als Laurentreihe.

(a)  $f(z) := \frac{1-z}{z^2+z}$  mit Entwicklungspunkt  $z_0 := 0$ .

(b)  $f(z) := \frac{1+z+z^2}{z^3}$  mit Entwicklungspunkt  $z_0 := 1$ .

(c)  $f(z) := \bar{z}^2$  mit Entwicklungspunkt  $z_0 := i$ .

(2 + 2 + 2 Punkte)

2. Gib folgende Laurentreihen in geschlossener Form (als endliche Verknüpfung elementarer Funktionen) an.

(a)  $f(z) := \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{z^n}{|n|!}$ .

(b)  $f(z) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-z)^{n-1}}{(2n)!}$ .

(2,5 + 2,5 Punkte)

3. Es sei  $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{2, i, -i\}$  eine geschlossene Kurve. Bestimme alle Werte, die das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} \frac{3z^2 + 4z - 5}{(z-2)(z^2+1)} dz$$

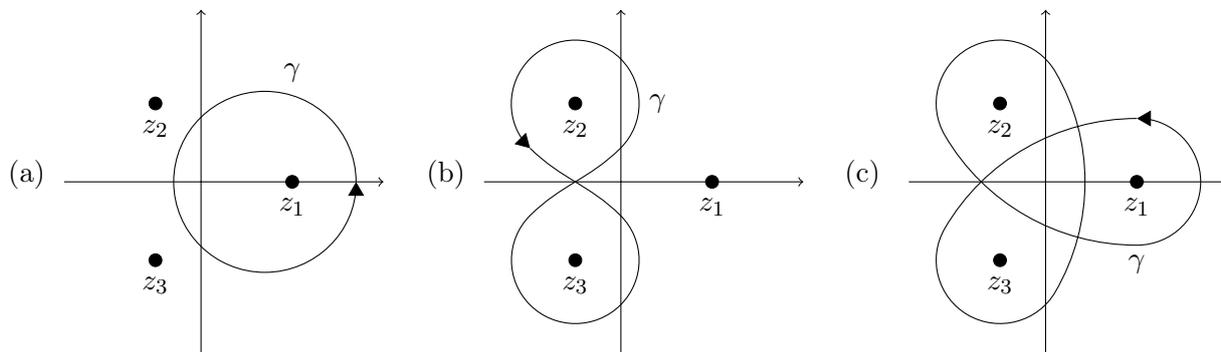
annehmen kann,

(a) wenn  $\gamma$  auf  $(0, 1)$  injektiv ist.

(b) wenn  $\gamma$  nicht injektiv ist.

(3 + 3 Punkte)

4. Es seien  $z_1 := 1$ ,  $z_2 := -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$  und  $z_3 := -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ . Bestimme  $\int_{\gamma} f(z) dz$  für  $f(z) := \frac{1}{z^3-1}$  und  $\gamma$  wie in den folgenden Skizzen.



(2 + 3 + 3 Punkte)

Die Lösung kann in Gruppen erarbeitet, soll aber zu zweit aufgeschrieben und abgegeben werden. Bitte jeweils Vorname, Nachname und SLC-Login gut lesbar auf das Blatt schreiben.