

## Tutorium 12 - Aufgaben

### 12 Kurvenintegrale

Aufgabe 1: Berechne die folgenden Kurvenintegrale. Gib, falls möglich, eine Stammfunktion an.

$$\int_{\gamma_1} y dx + (y - x) dy \quad \gamma_1 \text{ verbindet } (0,0), (1,0) \text{ und } (1,1)$$

$$\int_{\gamma_2} y dx + (y - x) dy \quad \gamma_2 \text{ verläuft entlang der Normalparabel zwischen } (0,0) \text{ und } (1,1)$$

$$\int_{\gamma_1} y dx + (x - y) dy$$

$$\int_{\gamma_2} y dx + (x - y) dy$$

$$\int_{\gamma_3} \begin{pmatrix} y + 2xy \\ x^2 - x \end{pmatrix} d\vec{x} \quad \gamma_3 \text{ ist der positiv orientierte Einheitskreis}$$

$$\int_{\gamma_4} \frac{\log(x^2 + y^2 + z^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} d\vec{x} \quad \gamma_4 : x(t) = \begin{pmatrix} 3\pi \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq 4\pi$$

Aufgabe 2: Gib eine Stammfunktion an, wenn möglich. Ist das Kurvenintegral  $\int_{\gamma_i} f$  in  $G_i$  wegunabhängig?

$$f_1(x, y) = (1 - x^2 + y^2, 2xy), \quad G_1 = \mathbb{R}^2$$

$$f_2(x, y, z) = (2xz + ye^{xy}, xe^{xy}, ze^{xy}), \quad G_2 = \mathbb{R}^3$$

$$f_3(x, y) = \left( y \arctan(xy) + \frac{xy^2}{1 + x^2y^2}, x \arctan(xy) + \frac{x^2y}{1 + x^2y^2} \right), \quad G_3 = \mathbb{R}^2$$

Aufgabe 3: Gegeben ist

$$B = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y \leq 4\}$$

und das Vektorfeld  $\vec{f} = \begin{pmatrix} e^x - y \\ \sin y + x \end{pmatrix}$ . Skizziere  $B$  und prüfe nach, dass der Satz von Green über  $B$  für  $\vec{f}$  gilt.