

## Übungen zur Analytischen Zahlentheorie

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Dienstag, 20. Oktober 2015, vor den Übungen

1. Die zahlentheoretische Funktion  $\lambda$  sei durch

$$\Lambda(n) := \begin{cases} \log p & \text{für } n = p^m \text{ mit } p \in \mathbb{P} \text{ und } m \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definiert. Es sei

$$\psi(x) := \sum_{n \leq x} \Lambda(n) \quad \text{bzw.} \quad T(x) := \sum_{n \leq x} \log n.$$

Zeige:

(a)  $\log n = \sum_{d|n} \Lambda(d)$

(b)  $T(x) = \sum_{r \leq x} \psi\left(\frac{x}{r}\right)$

(12 Punkte)

2. Es seien  $a, b \in \mathbb{R}$ . Zeige:

(a) Aus

$$\sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p} = \log x + a + o(1)$$

folgt der Primzahlsatz.

(b) Aus

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} = \log \log x + b + o\left(\frac{1}{\log x}\right)$$

folgt der Primzahlsatz.

(12 Punkte)