

Übungen zur Analytischen Zahlentheorie

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Dienstag, 19. Januar 2016, vor den Übungen

1. Es seien $a, q \in \mathbb{N}$ mit $(a, q) = 1$ sowie

$$M(x, q, a) = \sum_{\substack{n \leq x \\ n \equiv a \pmod{q}}} \mu(n).$$

Zeige, dass eine nur von q abhängige Konstante $c(q) > 0$ existiert, so dass

$$M(x, q, a) = O\left(x \cdot \exp\left(-c(q) \cdot (\log x)^{1/2}\right)\right)$$

für $x \rightarrow \infty$ gilt.

(12 Punkte)

2. Es seien $a, q \in \mathbb{N}$ mit $(a, q) = 1$.

Zeige, dass eine absolute Konstante $C > 0$ und $x_0 = x_0(q)$ existieren, so dass für alle $x \geq x_0$

$$\pi(x, q, a) \leq \frac{Cx}{\varphi(q) \log \frac{x}{q}}$$

gilt.

(12 Punkte)